

# Faire jouer un programme

## Algorithme min-max\*

## Optimisation $\alpha$ - $\beta$ <sup>+</sup>

Bruno Mermet

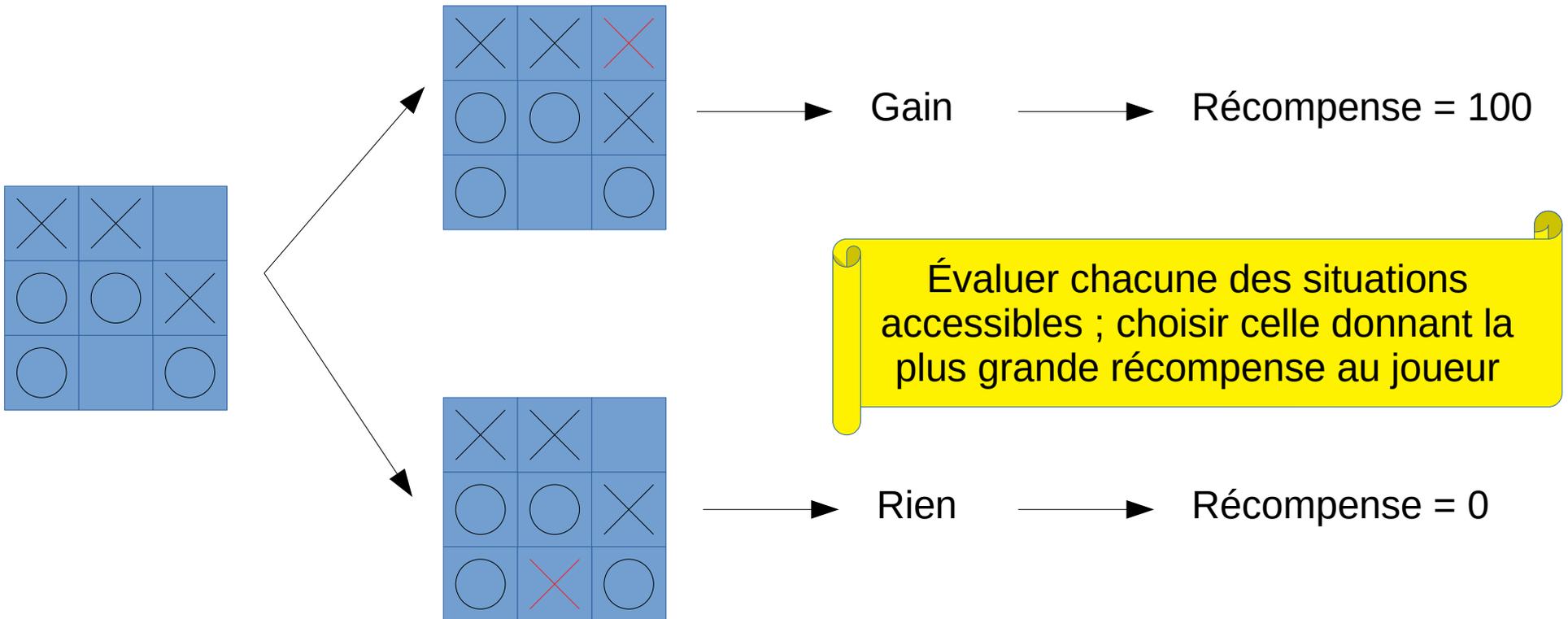
2021

\*Algorithme dû à Von Neumann, 1928

<sup>+</sup>Travail de McCarthy, 1956

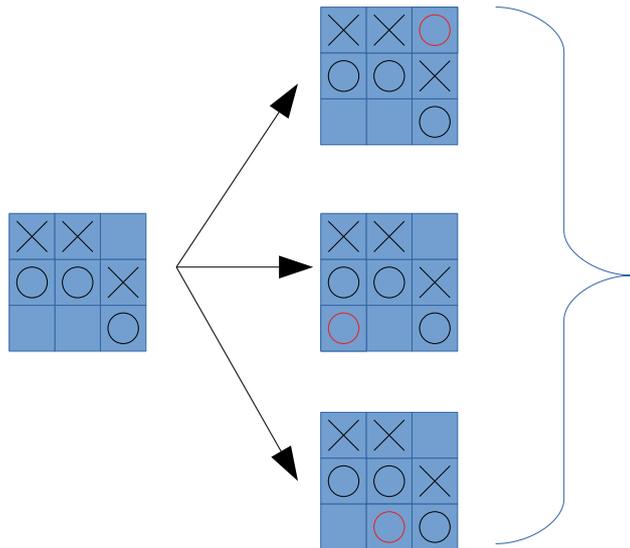
# Exemple au Tic-Tac-Toe (1)

- c'est à  de jouer :



# Exemple au Tic-Tac-Toe (2)

- C'est à  de jouer

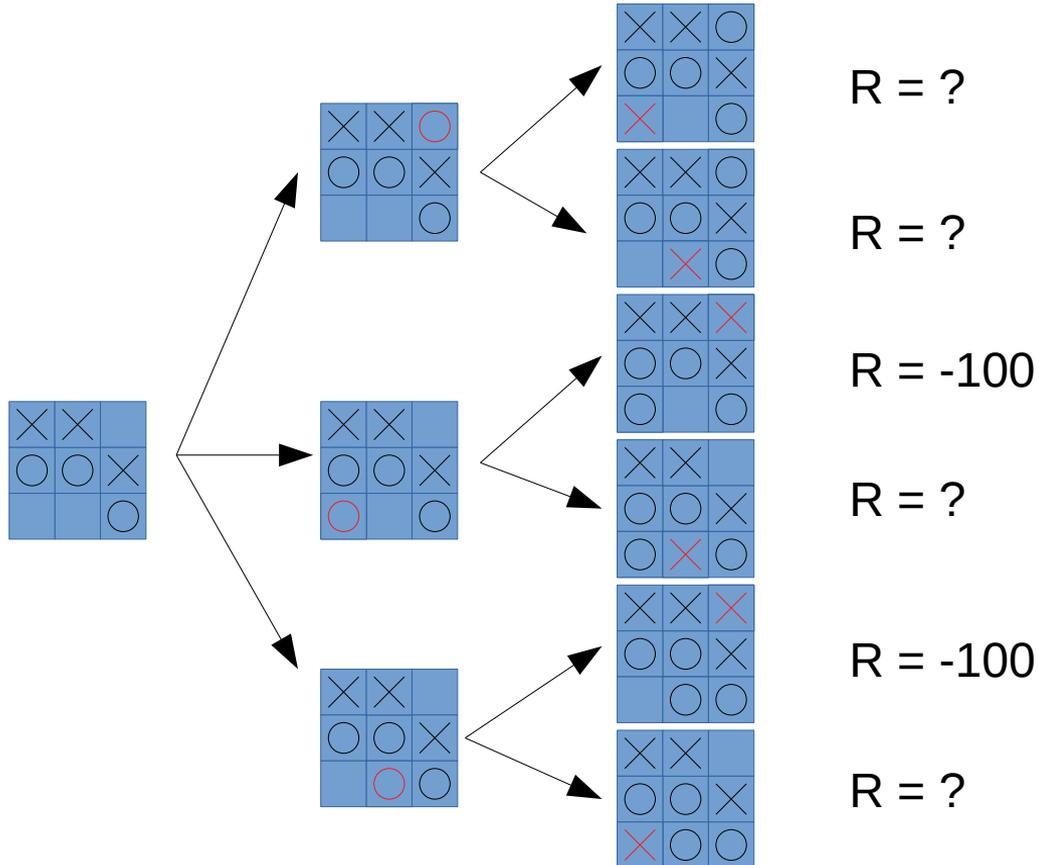


Pas de gain ? Quelle solution choisir ?

Et si on regardait plus loin ?

# Exemple au Tic-Tac-Toe (3)

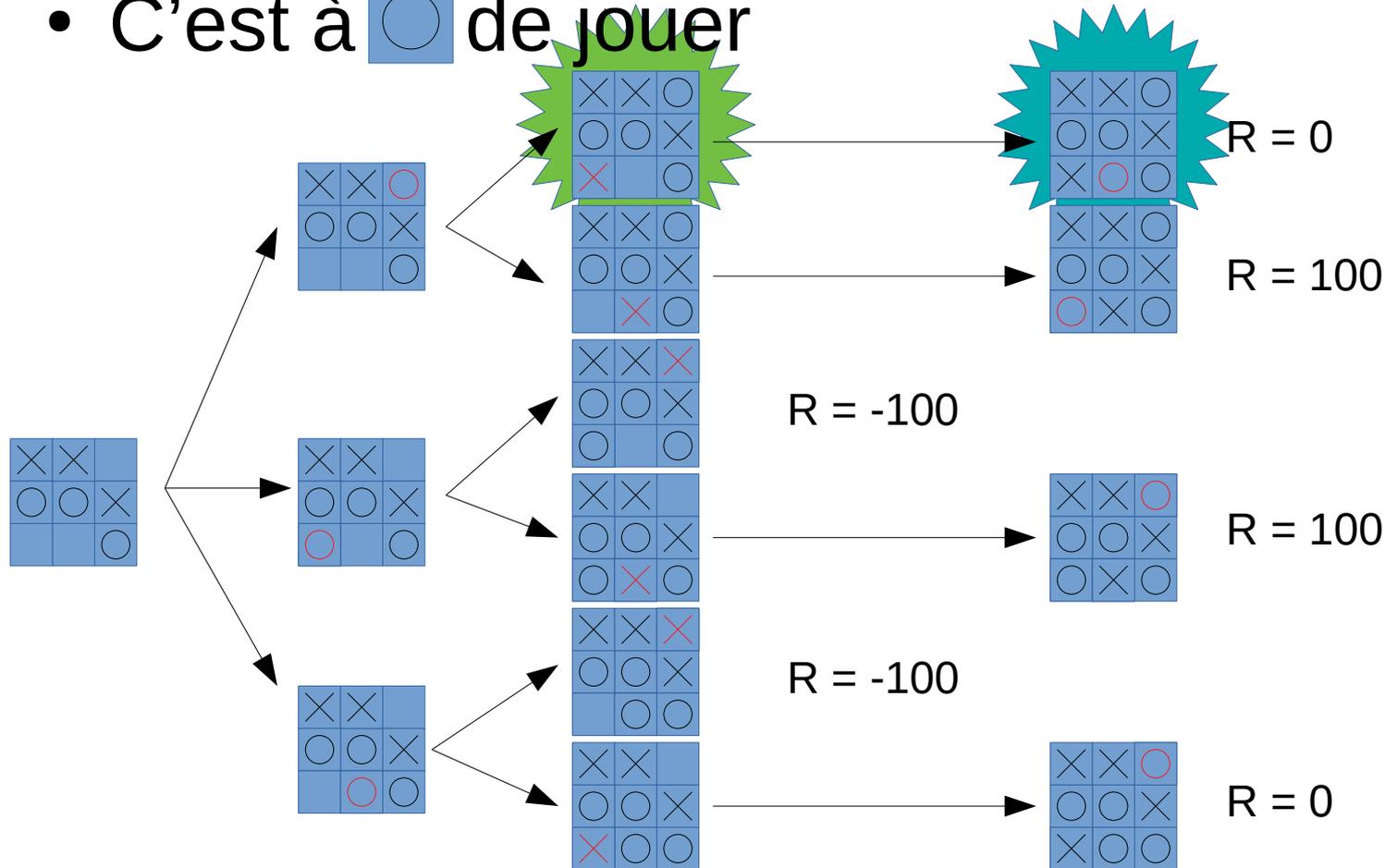
- C'est à  de jouer



La récompense est évaluée par rapport à 

# Exemple au Tic-Tac-Toe (4)

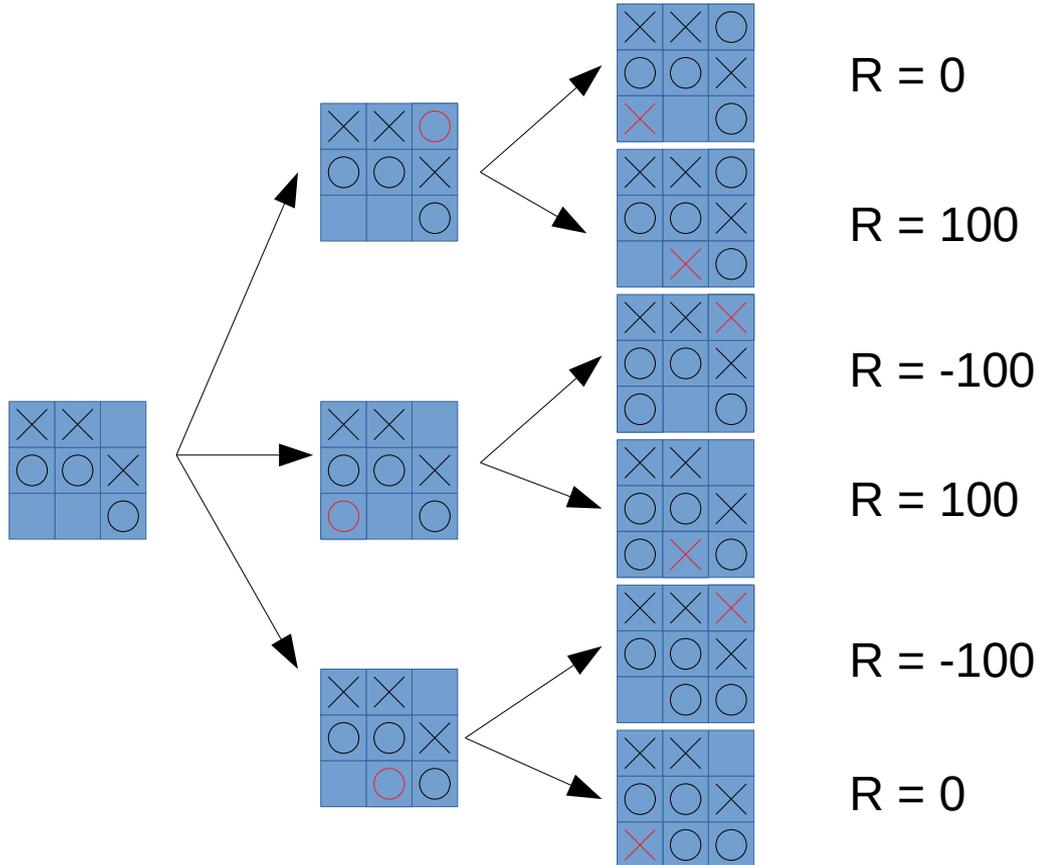
- C'est à  de jouer



Depuis   
 On va  
 forcément sur   
 Donc on peut  
 déduire que  
 $R(\text{green starburst}) = R(\text{blue starburst})$

# Exemple au Tic-Tac-Toe (5)

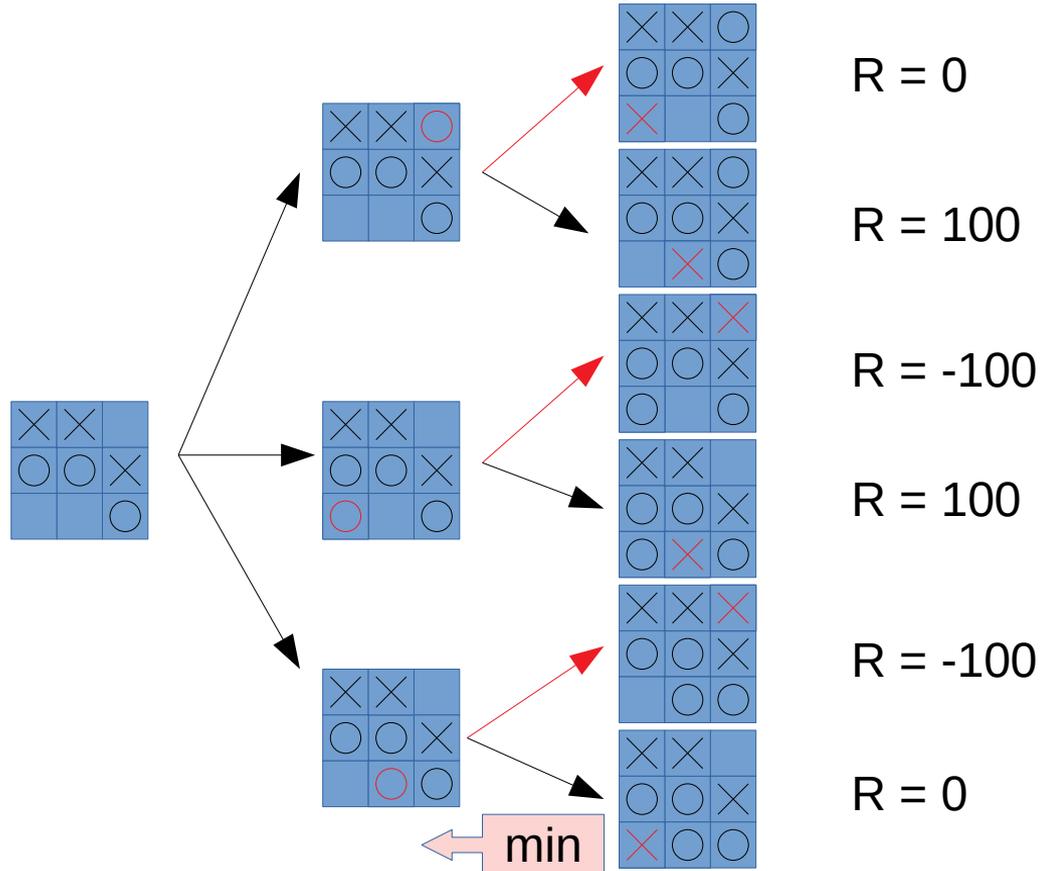
- C'est à  de jouer



Dans chaque situation,  va choisir le coup le meilleur pour lui, donc le moins bon pour .

# Exemple au Tic-Tac-Toe (5)

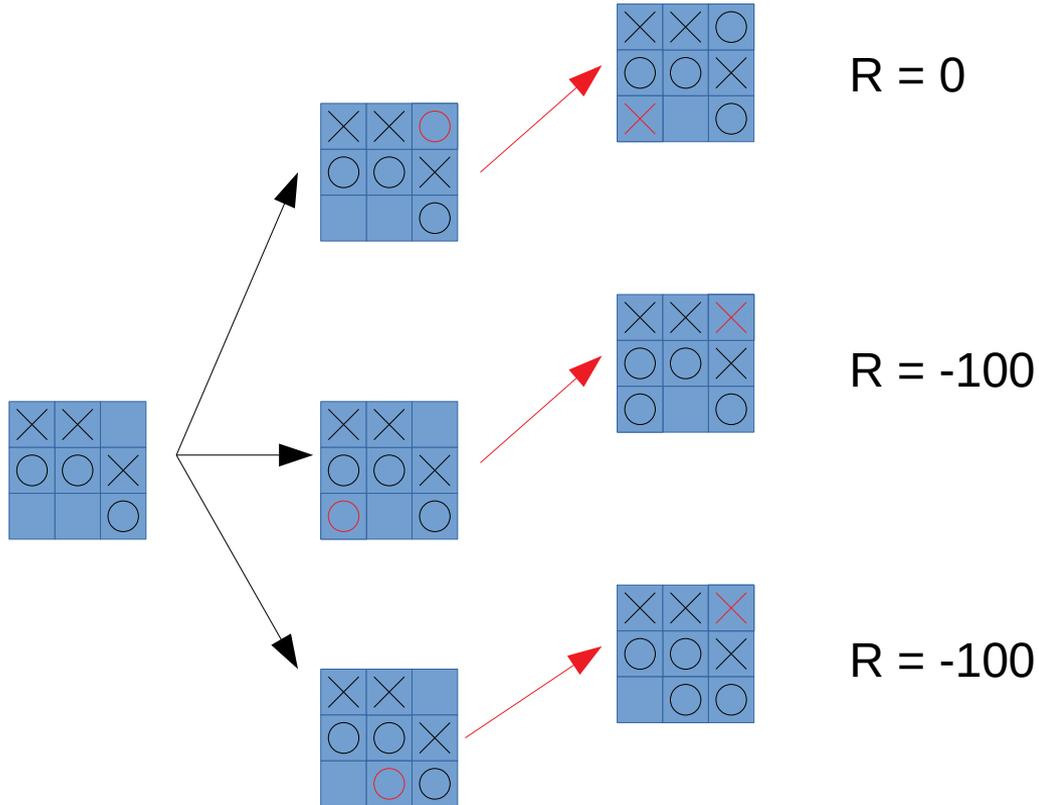
- C'est à  de jouer



Dans chaque situation,  va choisir le coup le meilleur pour lui, donc le moins bon pour .

# Exemple au Tic-Tac-Toe (6)

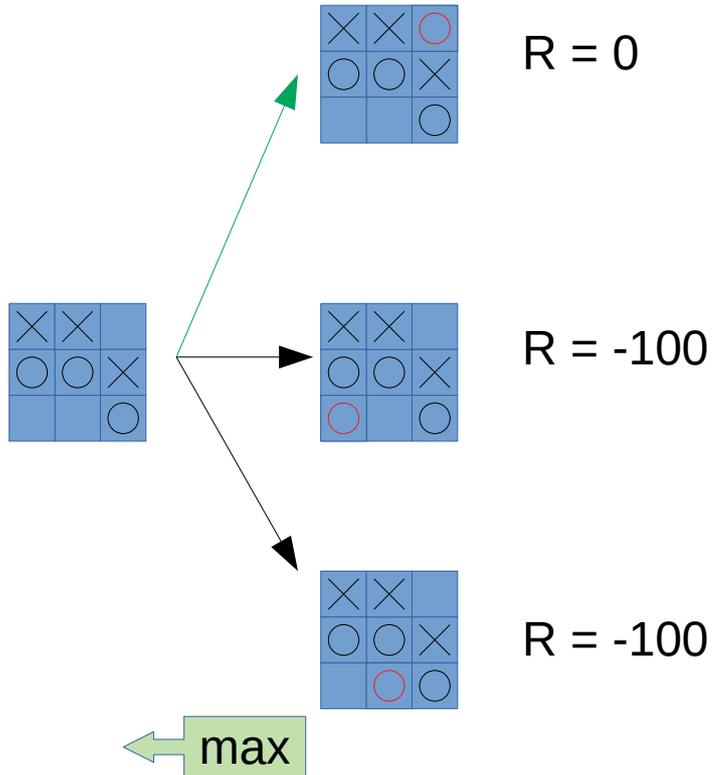
- C'est à  de jouer



La récompense peut donc être « remontée »

# Exemple au Tic-Tac-Toe (7)

- C'est à  de jouer



Dans chaque situation,  va choisir le coup le meilleur pour lui.

# Généralisation

- Résumé des épisodes précédents
    - Au coup 8, c'était à X de jouer → min
    - Au coup 7, c'était à O de jouer → max
  - Comment O doit choisir son coup précédent ?
    - Au coup 6, c'est à X de jouer → min
    - Au coup 5, c'est à O de jouer → max
  - Et encore avant ?
    - Au coup 4, c'est à X de jouer → min
    - Au coup 3, c'est à O de jouer → max
- ⇒ On alterne des choix de min et de max → Algorithme min-max

# Faisabilité ?

- Au coup 1, 9 positions possibles
- Au coup 2, 8 positions possibles
- Au coup 3, 7 positions possibles
- ...
- Au coup 9, 1 position possible

=>  $9 \times 8 \times 7 \times \dots \times 1 = 9! = 362\,880$  situations à calculer (en fait moins car victoires prématurées possibles) !

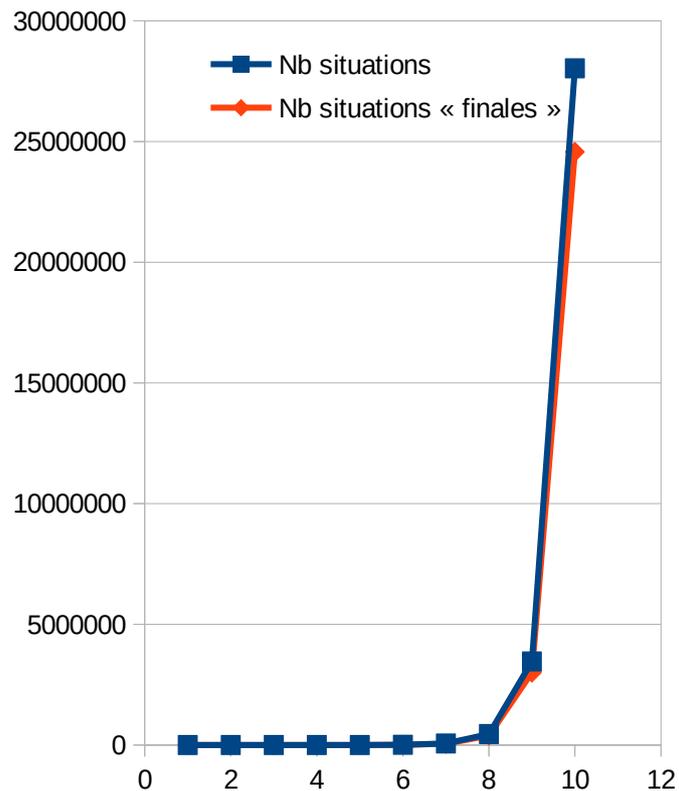
=> Faisable





# Et pour Othello ? Exemple au départ

Nb demi-coups	Nb situations	Nb situations « finales »
1	5	4
2	17	12
3	73	56
4	317	244
5	1 713	1 396
6	9 913	8 200
7	65 005	55 092
8	455 221	390 216
9	3 460 541	3 005 320
10	28 031 961	24 571 420



# Évaluer une situation

- Idée : à partir de la position courante, calculer toutes les situation possibles sur  $n$  coups et donner une valeur de récompense à chacune
- Cette valeur de récompense doit être déterminée en fonction du but du jeu, mais elle n'est qu'une approximation de la valeur de la situation : *fonction heuristique*.
- Le choix de la fonction heuristique est également déterminant dans le niveau de programme
- Un des meilleurs programmes d'échecs actuels (stockfish) utilise une fonction heuristique reposant sur plus de 30 critères

# Algorithme min-max

## Informellement...

- Pour évaluer quel coup choisir, on utilise le principe min-max non pas à partir des récompenses sur les positions finales, mais à partir de la valeur de la fonction heuristique sur chacune des situations accessibles après  $n$  coups.
- On appelle  $n$  la *profondeur de raisonnement*. Plus  $n$  est grand, meilleure est la décision. Mais plus  $n$  est grand, plus le temps de calcul est long.

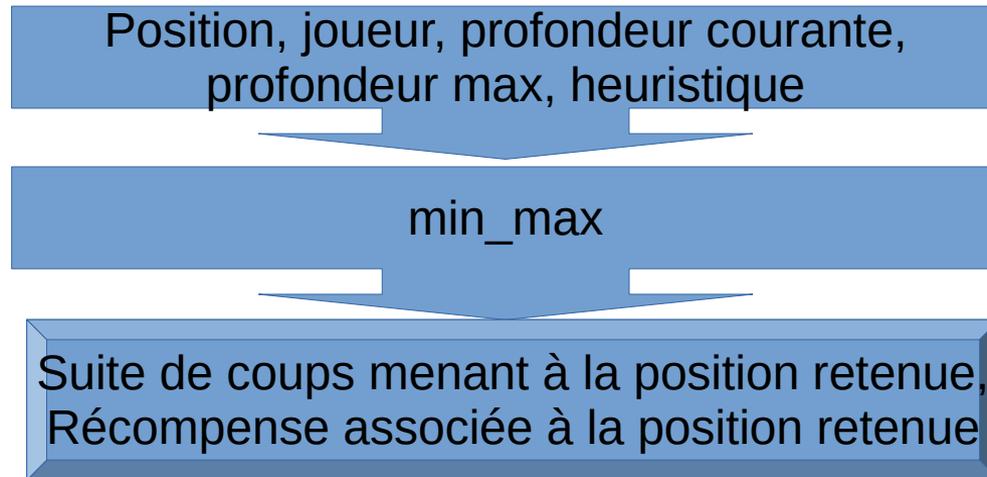
# MinMax en Python (1)

- jeu est une variable contenant une donnée de type Jeu, où Jeu est une classe proposant :
  - Un constructeur de copie
  - Une méthode tenter\_coup qui effectue un coup sur une copie du jeu sur lequel elle est appelée (et qui renvoie cette copie) ; cette méthode doit changer le joueur courant
  - Une méthode liste\_coups qui renvoie la liste des coups possibles dans l'état courant
- heuristique est une fonction qui prend un jeu et un joueur en paramètre, et qui renvoie la valeur du jeu pour le joueur donné
- Au premier appel, la valeur à passer pour prof\_courante est 1

*N.B. : dans la version proposée, il manque notamment :*

- le traitement des victoires et défaites prématurées
- la gestion des situations bloquées

# MinMax en Python (1)



# MinMax en Python (1)

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    Si profondeur max atteinte :
```

```
        Recompense = heuristique(jeu)
```

```
        Coups à réaliser = []
```

```
        Valeur de retour = (coups à réaliser, récompense)
```

```
    Sinon :
```

```
        Déterminer la liste des coups
```

```
        Si aucun coup possible :
```

```
            Augmenter la profondeur
```

```
            Changer le joueur
```

```
            Valeur de retour = résultat de min_max sur la nouvelle situation
```

```
        Sinon :
```

```
            Déterminer le coup à retenir
```

```
            Définir la valeur de retour adéquate
```

```
    Renvoyer la valeur de retour retenue
```

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        Recompense = heuristique(jeu)
```

```
        Coups à réaliser = []
```

```
        Valeur de retour = (coups à réaliser, récompense)
```

```
    Sinon :
```

```
        Déterminer la liste des coups
```

```
        Si aucun coup possible :
```

```
            Augmenter la profondeur
```

```
            Changer le joueur
```

```
            Valeur de retour = résultat de min_max sur la nouvelle situation
```

```
        Sinon :
```

```
            Déterminer le coup à retenir
```

```
            Définir la valeur de retour adéquate
```

```
    Renvoyer la valeur de retour retenue
```

# MinMax en Python (2)

```
def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):  
    if prof_courante > prof_max:  
  
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

Sinon :

Déterminer la liste des coups

Si aucun coup possible :

Augmenter la profondeur

Changer le joueur

Valeur de retour = résultat de min\_max sur la nouvelle situation

Sinon :

Déterminer le coup à retenir

Définir la valeur de retour adéquate

Renvoyer la valeur de retour retenue

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

```
    else:
```

```
        Déterminer la liste des coups
```

```
        Si aucun coup possible :
```

```
            Augmenter la profondeur
```

```
            Changer le joueur
```

```
            Valeur de retour = résultat de min_max sur la nouvelle situation
```

```
        Sinon :
```

```
            Déterminer le coup à retenir
```

```
            Définir la valeur de retour adéquate
```

```
    Renvoyer la valeur de retour retenue
```

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

```
    else:
```

```
        possibilites = jeu.liste_coups()
```

```
        Si aucun coup possible :
```

```
            Augmenter la profondeur
```

```
            Changer le joueur
```

```
            Valeur de retour = résultat de min_max sur la nouvelle situation
```

```
        Sinon :
```

```
            Déterminer le coup à retenir
```

```
            Définir la valeur de retour adéquate
```

```
    Renvoyer la valeur de retour retenue
```

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

```
    else:
```

```
        possibilites = jeu.liste_coups()
```

```
        if len(possibilites) == 0:
```

Augmenter la profondeur

Changer le joueur

Valeur de retour = résultat de min\_max sur la nouvelle situation

Sinon :

Déterminer le coup à retenir

Définir la valeur de retour adéquate

Renvoyer la valeur de retour retenue

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

```
    else:
```

```
        possibilites = jeu.liste_coups()
```

```
        if len(possibilites) == 0:
```

```
            situation = Jeu(jeu); situation.changer_joueur()
```

```
            enchainement, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1,  
                                              prof_max, heuristique)
```

```
            retour = (([None] + enchainement), recompense)
```

Sinon :

Déterminer le coup à retenir

Définir la valeur de retour adéquate

Renvoyer la valeur de retour retenue

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

```
    else:
```

```
        possibilites = jeu.liste_coups()
```

```
        if len(possibilites) == 0:
```

```
            situation = Jeu(jeu); situation.changer_joueur()
```

```
            enchainement, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1,  
                                              prof_max, heuristique)
```

```
            retour = (([None] + enchainement), recompense)
```

```
        else:
```

Déterminer le coup à retenir

Définir la valeur de retour adéquate

Renvoyer la valeur de retour retenue

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):  
    if prof_courante > prof_max:  
  
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))  
  
    else:  
        possibilites = jeu.liste_coups()  
        if len(possibilites) == 0:  
            situation = Jeu(jeu); situation.changer_joueur()  
            enchainement, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1,  
                                              prof_max, heuristique)  
            retour = (([None] + enchainement), recompense)  
        else:
```

*Partie détaillée sur le transparent suivant*

Renvoyer la valeur de retour retenue

# MinMax en Python (2)

```
Def min_max(jeu, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique):
```

```
    if prof_courante > prof_max:
```

```
        retour = ([], heuristique(jeu, joueur))
```

```
    else:
```

```
        possibilites = jeu.liste_coups()
```

```
        if len(possibilites) == 0:
```

```
            situation = Jeu(jeu); situation.changer_joueur()
```

```
            enchainement, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1,  
                                              prof_max, heuristique)
```

```
            retour = (([None] + enchainement), recompense)
```

```
        else:
```

*Partie détaillée sur le transparent suivant*

```
    return retour
```

# MinMax en Python (3)

Déterminer le coup à retenir  
Définir la valeur de retour adéquate

# MinMax en Python (3)

Pour chaque coup possible, lui associer la situation qu'il permet d'atteindre

Si c'est le tour du joueur courant :

Retenir l'enchaînement correspondant à la meilleure récompense

Sinon:

Retenir l'enchaînement correspondant à la pire récompense

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
```

Si c'est le tour du joueur courant :

Retenir l'enchaînement correspondant à la meilleure récompense

Sinon:

Retenir l'enchaînement correspondant à la pire récompense

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
```

Retenir l'enchaînement correspondant à la meilleure récompense

Sinon:

Retenir l'enchaînement correspondant à la pire récompense

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
```

```
if prof_courante % 2 == 1:
```

- Initialiser les valeurs à retenir

- Pour chaque couple (coup, situation):

  - Déterminer (suite\_de\_coups, récompense)

  - Si la récompense est meilleure

    - Mettre à jour suite\_de\_coups et récompense

- Mettre à jour la valeur de retour

```
Sinon:
```

Retenir l'enchaînement correspondant à la pire récompense

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup), possibilites)
```

```
if prof_courante % 2 == 1:
```

```
    Initialiser les valeurs à retenir
```

```
    Pour chaque couple (coup, situation):
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est meilleure
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

```
Sinon:
```

```
    Initialiser les valeurs à retenir
```

```
    Pour chaque couple (coup, situation):
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est pire
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
```

```
if prof_courante % 2 == 1:
```

```
    meilleure_recompense = None
```

```
    Pour chaque couple (coup, situation):
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est meilleure
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

```
Sinon:
```

```
    Initialiser les valeurs à retenir
```

```
    Pour chaque couple (coup, situation):
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est pire
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
```

```
if prof_courante % 2 == 1:
```

```
    meilleure_recompense = None
```

```
    for (coup, situation) in situations_possibles:
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est meilleure
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

```
Sinon:
```

```
    Initialiser les valeurs à retenir
```

```
    Pour chaque couple (coup, situation):
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est pire
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        Si la récompense est meilleure
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
        Mettre à jour la valeur de retour
Sinon:
    Initialiser les valeurs à retenir
    Pour chaque couple (coup, situation):
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
        Si la récompense est pire
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
```

```
if prof_courante % 2 == 1:
```

```
    meilleure_recompense = None
```

```
    for (coup, situation) in situations_possibles:
```

```
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
```

```
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

```
Sinon:
```

```
    Initialiser les valeurs à retenir
```

```
    Pour chaque couple (coup, situation):
```

```
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
```

```
        Si la récompense est pire
```

```
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
```

```
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
```

Mettre à jour la valeur de retour

Sinon:

Initialiser les valeurs à retenir

Pour chaque couple (coup, situation):

    Déterminer (suite\_de\_coups, récompense)

    Si la récompense est pire

        Mettre à jour suite\_de\_coups et récompense

Mettre à jour la valeur de retour

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
```

Sinon:

Initialiser les valeurs à retenir

Pour chaque couple (coup, situation):

    Déterminer (suite\_de\_coups, récompense)

    Si la récompense est pire

        Mettre à jour suite\_de\_coups et récompense

Mettre à jour la valeur de retour

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    Initialiser les valeurs à retenir
    Pour chaque couple (coup, situation):
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
        Si la récompense est pire
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    pire_recompense = None
    Pour chaque couple (coup, situation):
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
        Si la récompense est pire
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    pire_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        Déterminer (suite_de_coups, récompense)
        Si la récompense est pire
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    pire_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        Si la récompense est pire
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    pire_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if pire_recompense is None or recompense < pire_recompense:
            Mettre à jour suite_de_coups et récompense
    Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    pire_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if pire_recompense is None or recompense < pire_recompense:
            pire_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
Mettre à jour la valeur de retour
```

# MinMax en Python (3)

```
situations_possibles = map(lambda coup: (coup, jeu.tenter_coup(coup)), possibilites)
if prof_courante % 2 == 1:
    meilleure_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if meilleure_recompense is None or recompense > meilleure_recompense:
            meilleure_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, meilleure_recompense
else:
    pire_recompense = None
    for (coup, situation) in situations_possibles:
        liste_coups, recompense = min_max(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max, heuristique)
        if pire_recompense is None or recompense < pire_recompense:
            pire_recompense = recompense
            enchainement_retenu = [coup] + liste_coups
    retour = enchainement_retenu, pire_recompense
```

# Déterminer une fonction heuristique

## Exemple pour le jeu **Othello** (1)

- Résumé des règles :
  - Les joueurs disposent de pions avec une face à leur couleur, une face à la couleur adverse
  - À chaque coup, un joueur pose un pion (avec la face à sa couleur dessus) sur une case libre et retourne sur sa couleur tous les pions adverses encadrés par le pion qu'il vient de jouer et au autre pion à lui
  - Le gagnant est celui qui, à la fin, à le plus de pions avec la face à sa couleur visible

# Déterminer une fonction heuristique

## Exemple pour le jeu Othello (2)

- Fonction heuristique de base :
  - Le gain est directement lié à la différence entre les nombres de faces de chaque couleur visibles
  - =>  $f(\text{position}, \text{joueur}) = \text{nb\_faces\_joueur} - \text{nb\_faces\_adversaire}$
- Conséquence :
  - Un comportement simpliste : pas beaucoup d'anticipation dans un jeu où les retournements de situation peuvent être brutaux
  - => niveau d'un joueur débutant / d'un enfant

# Déterminer une fonction heuristique

## Exemple pour le jeu Othello (3)

- Fonction heuristique améliorée :
  - Une pièce dans un coin est imprenable
  - Une pièce d'un bord adjacente à une pièce imprenable est imprenable

=> Surévaluer le fait d'avoir une pièce vérifiant ces conditions (10 au lieu de 1 par exemple) ; éventuellement, faire décroître la surévaluation au fur et à mesure que la partie avance
- Conséquence

Amélioration nette du programme : avec une analyse sur une dizaine de coups, programme imbattable par un joueur moyen

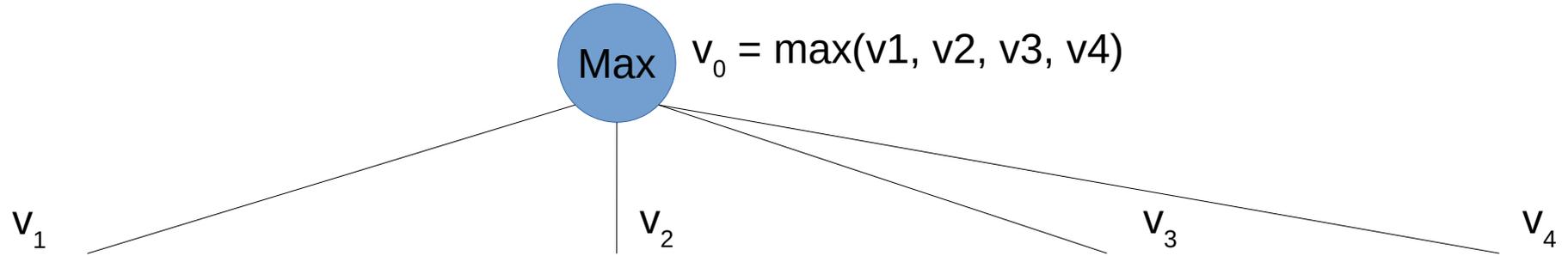
# Applicabilité en Python ?

Nb demi-coup	Tps calcul Python	Tps calcul Java
1	0,0025	0,03
2	0,01	0,033
3	0,046	0,045
4	0,26	0,076
5	1,17	0,254
6	6,1	0,3
7	42	0,84
8	276	3,4
9	2 079	24
10		180

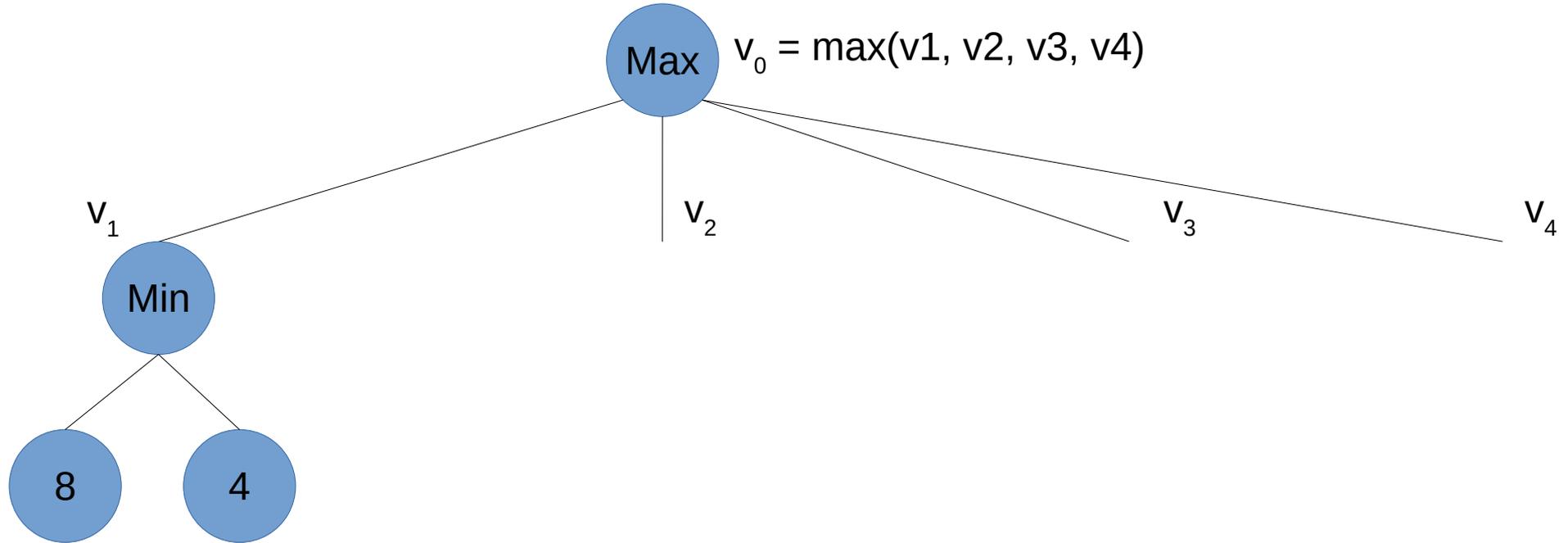
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$

Max  $v_0 = \max(v_1, v_2, v_3, v_4)$

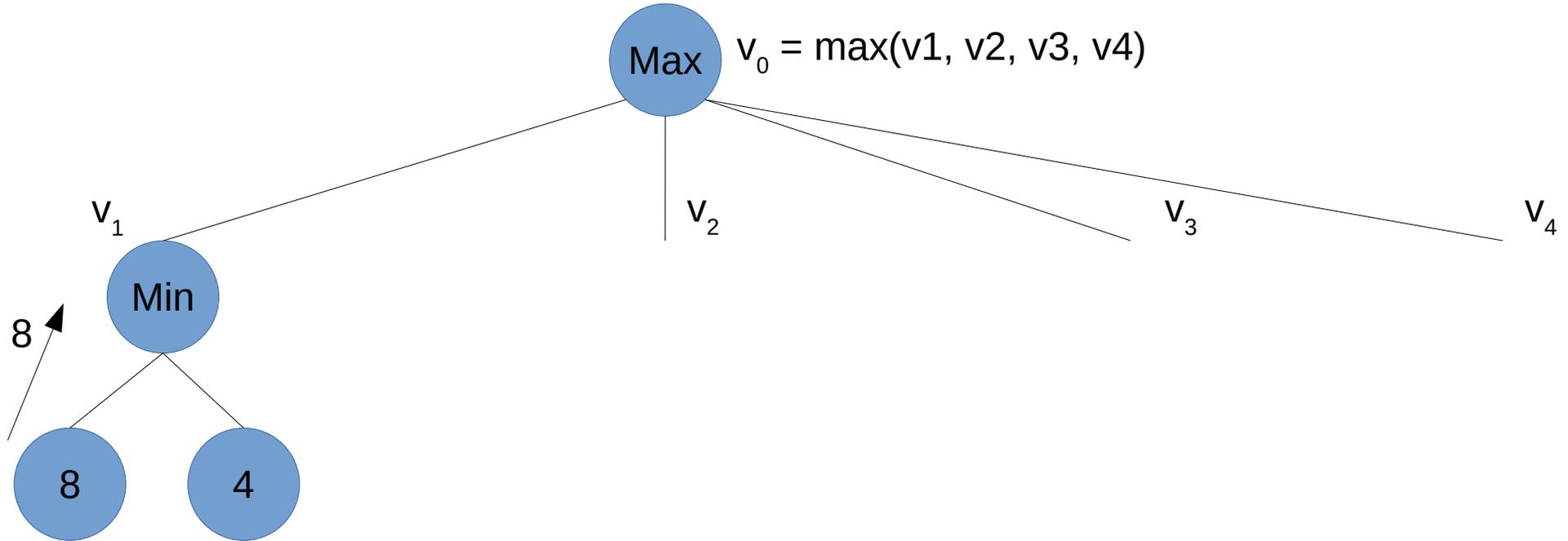
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



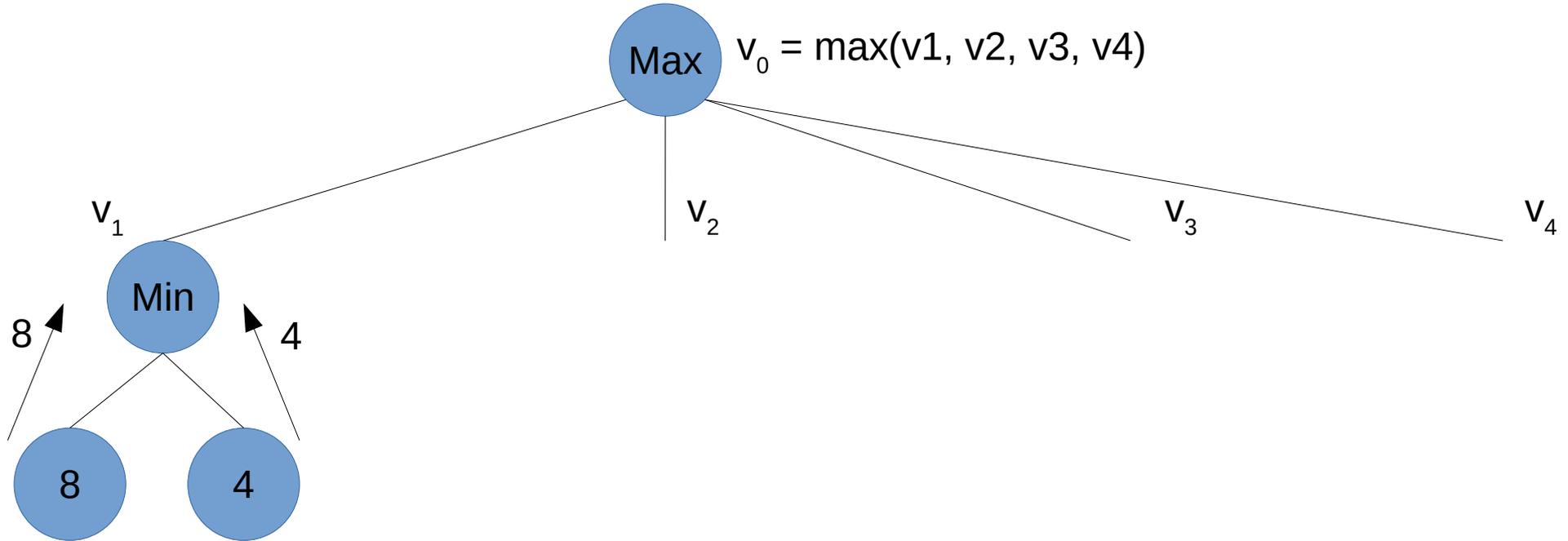
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



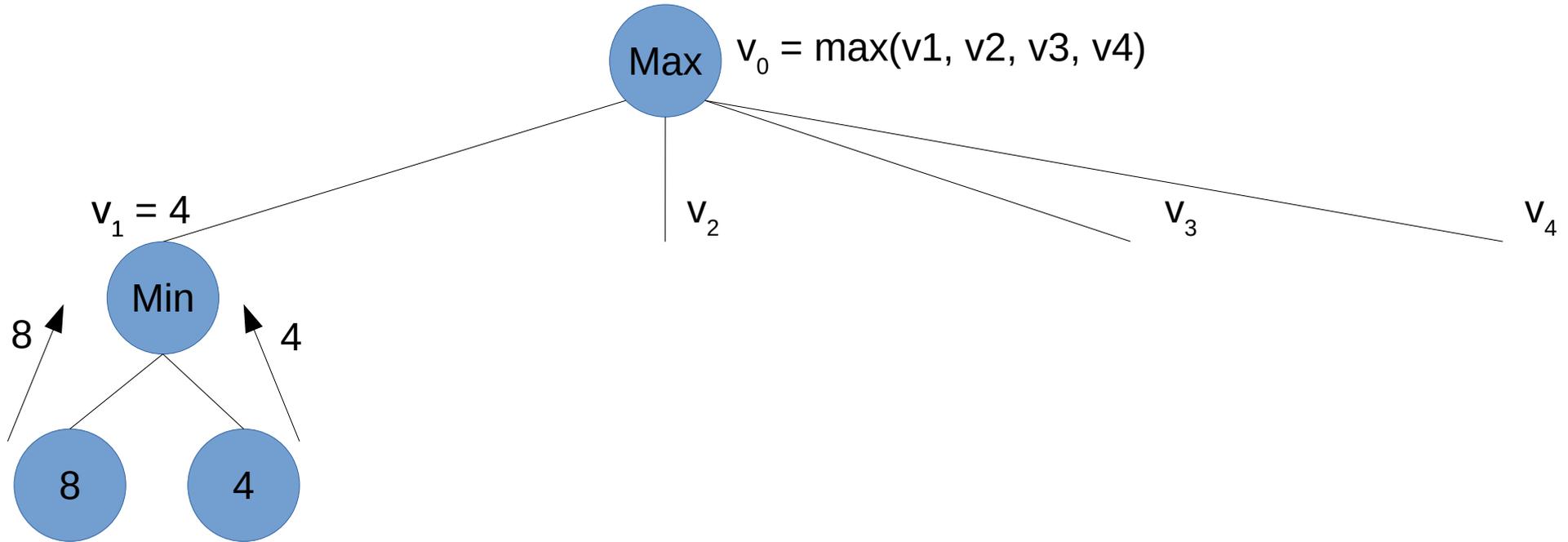
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



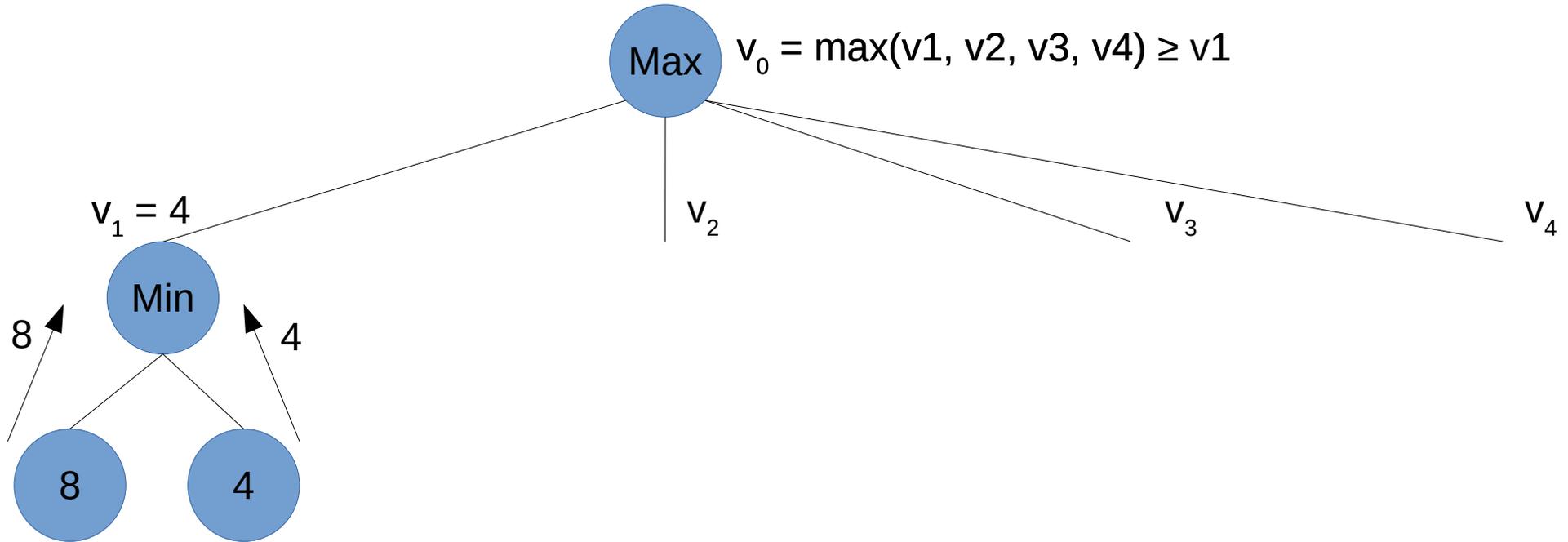
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



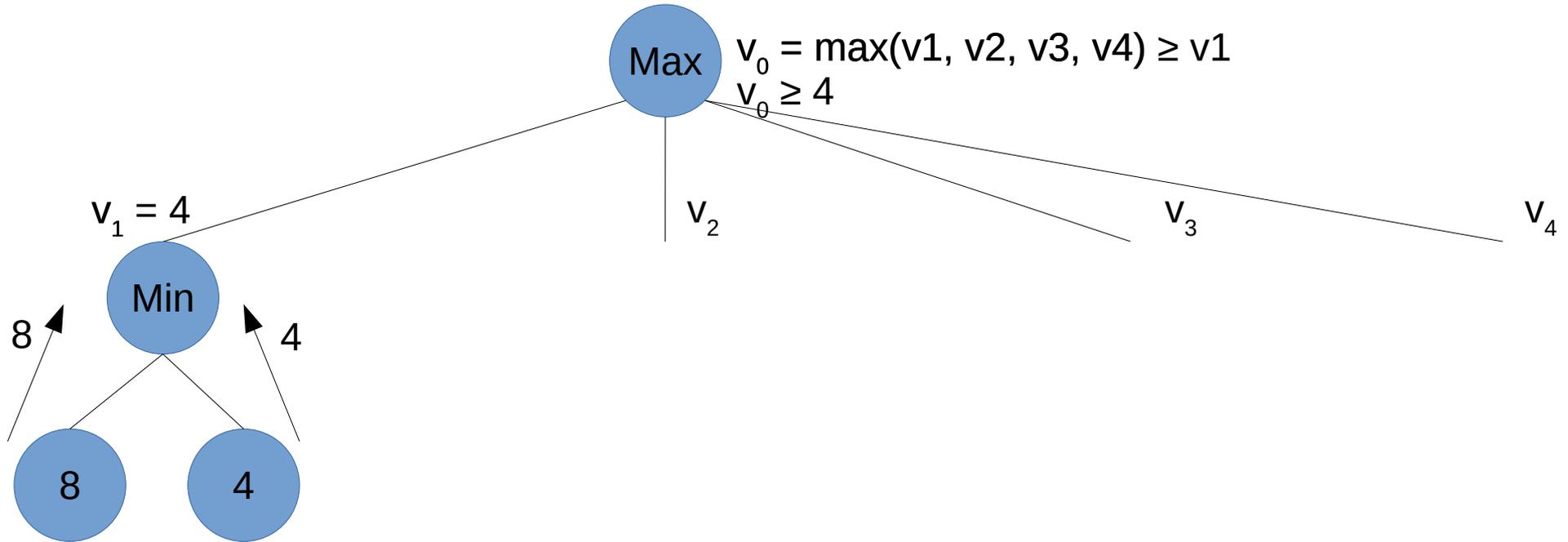
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



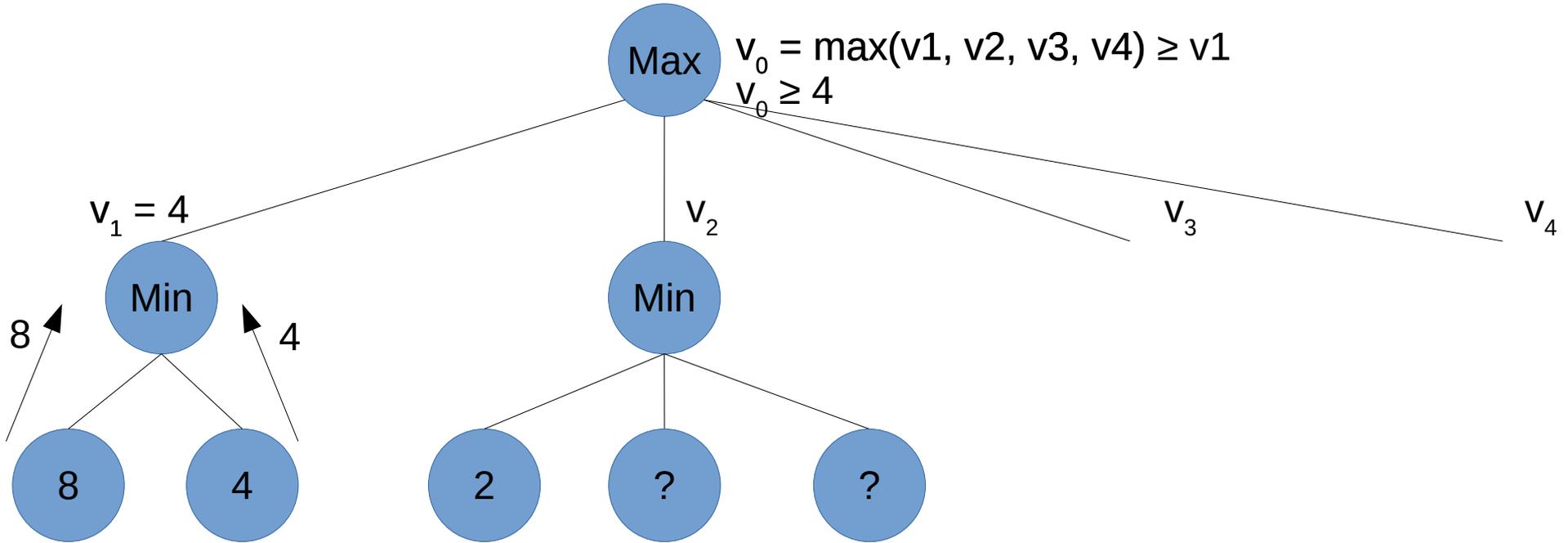
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



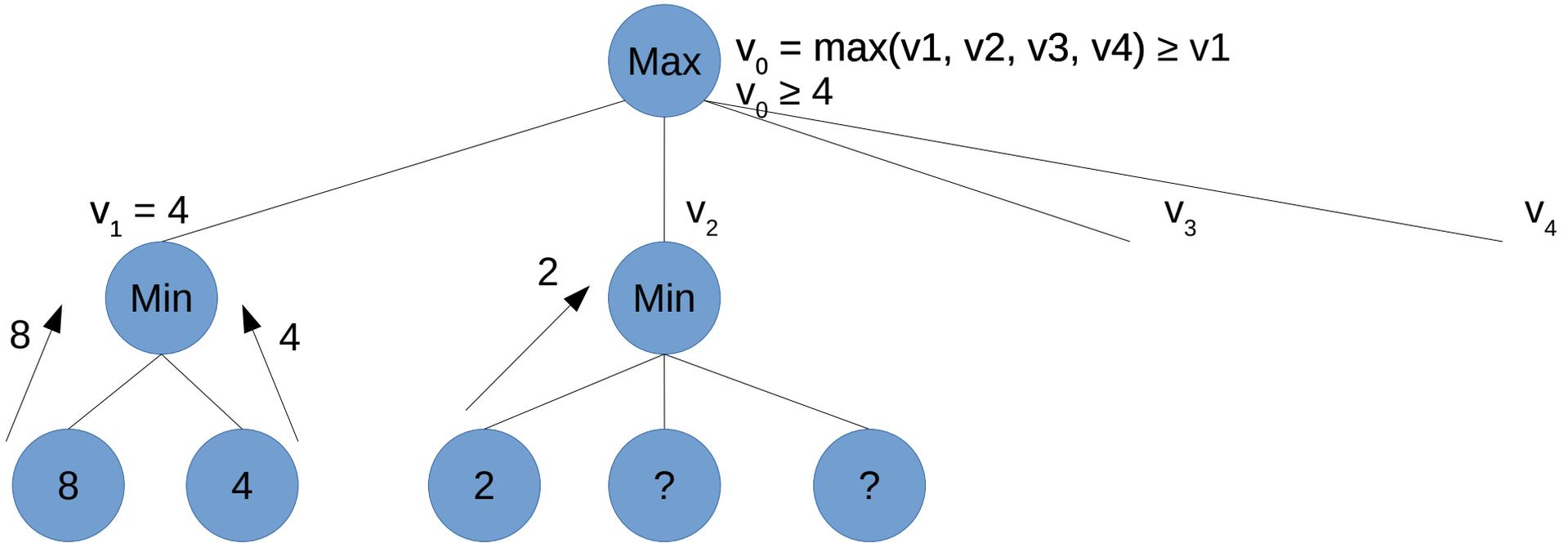
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



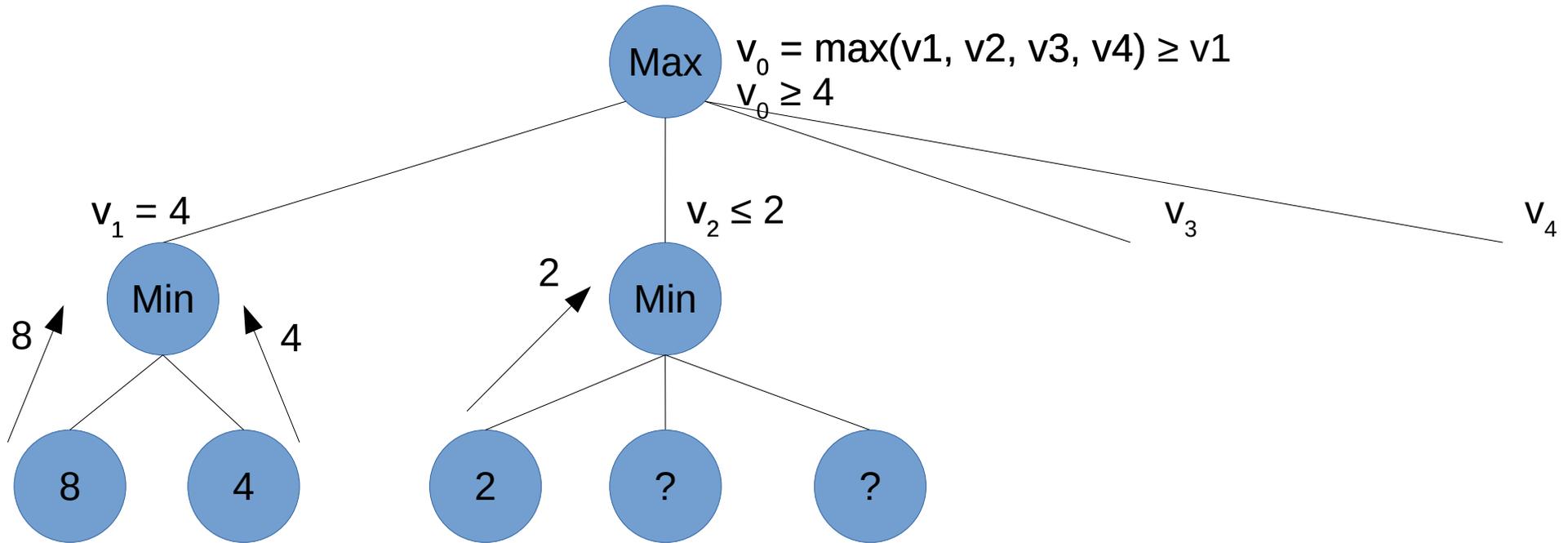
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



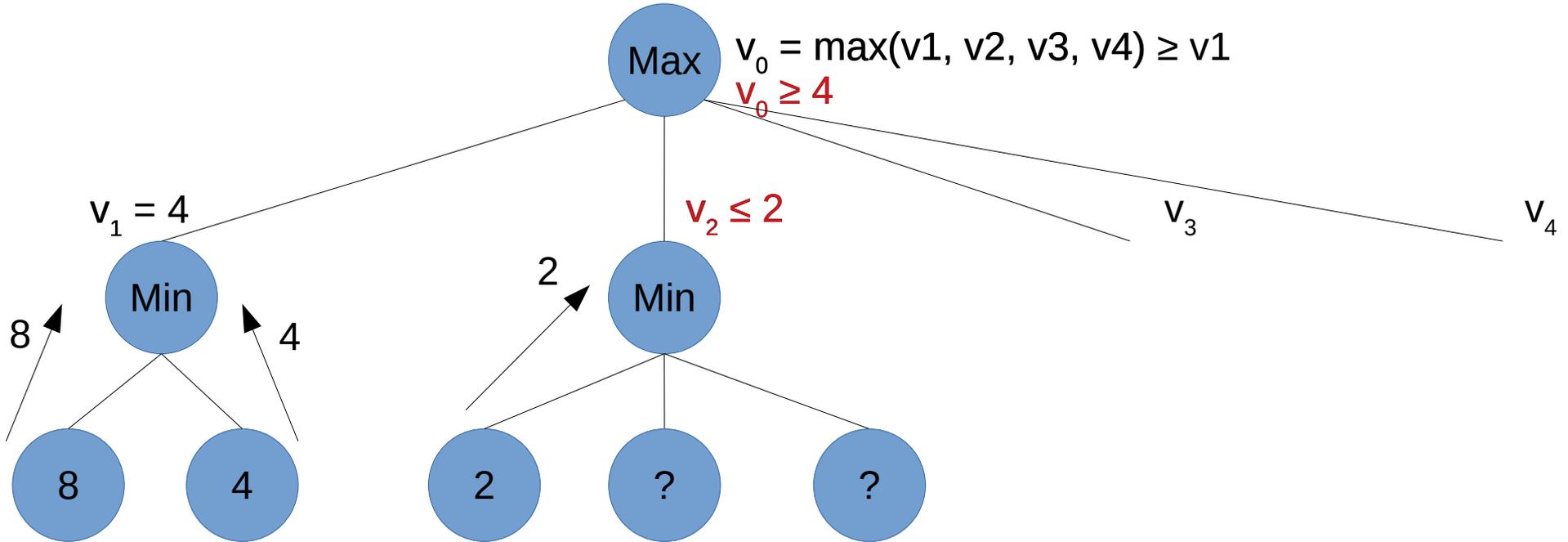
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



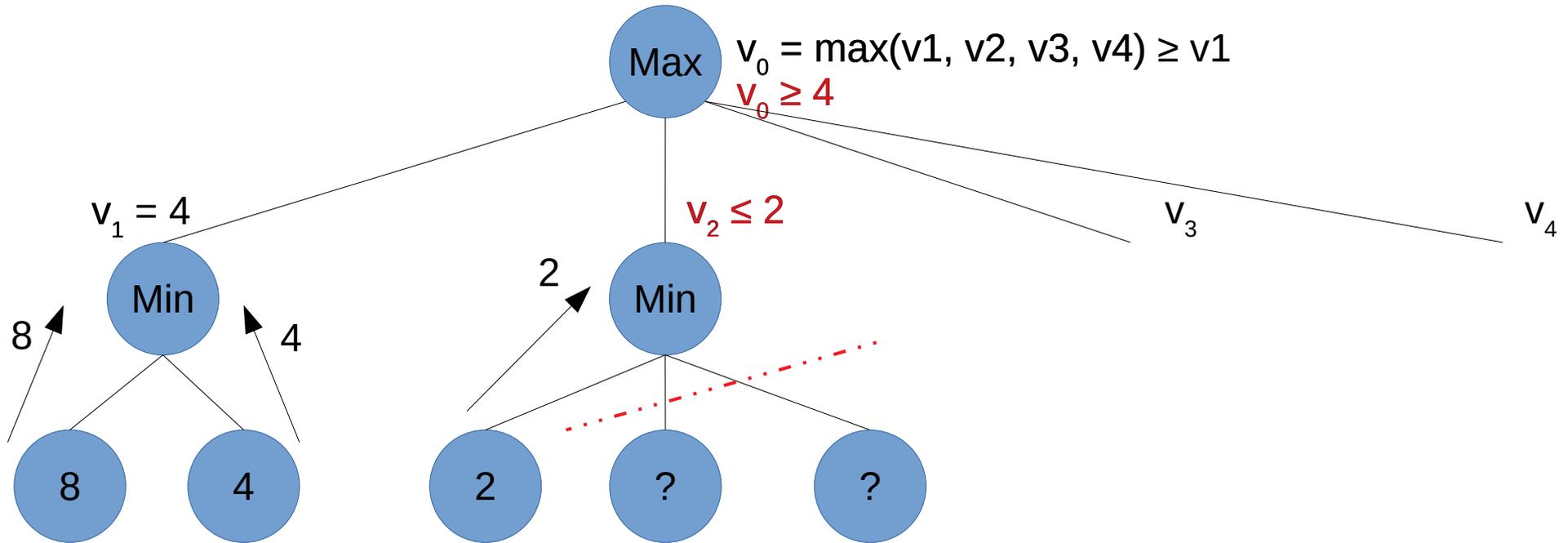
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



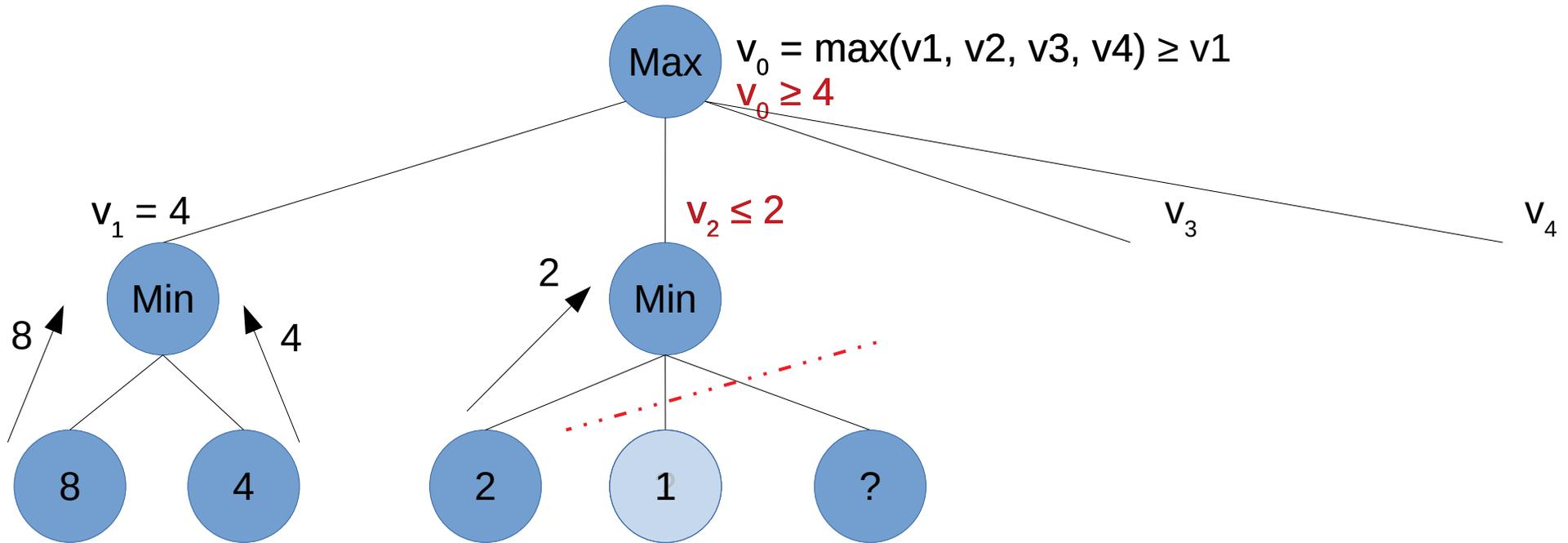
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



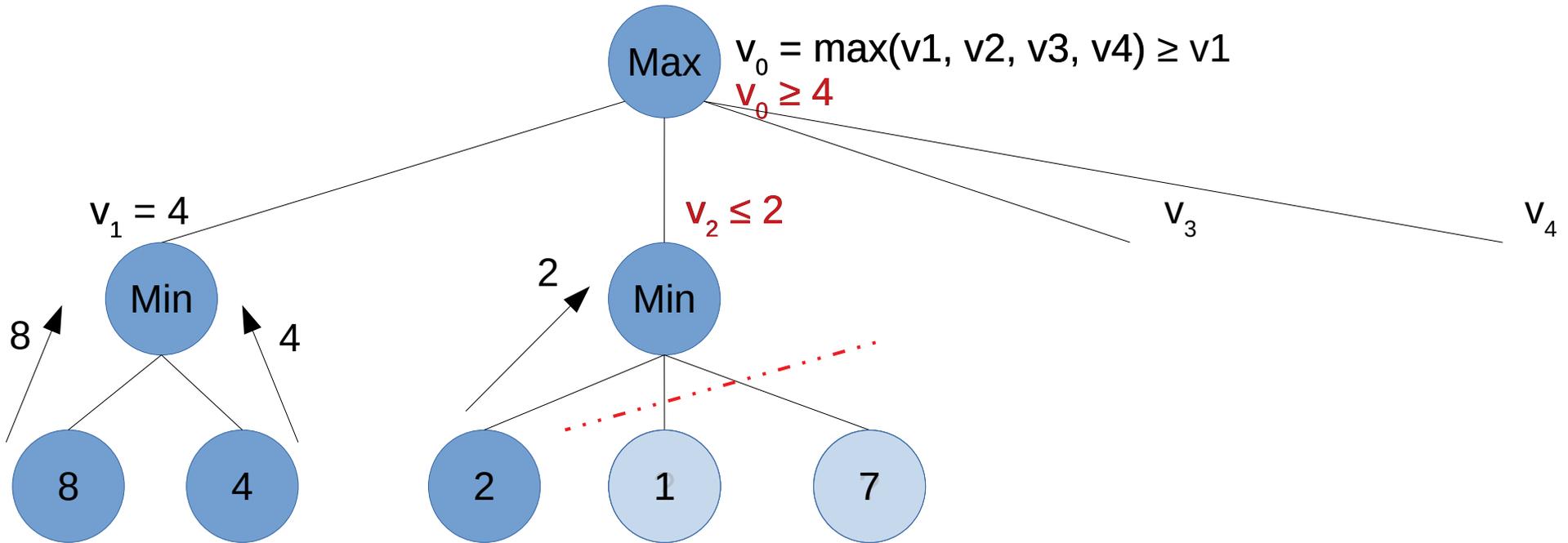
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



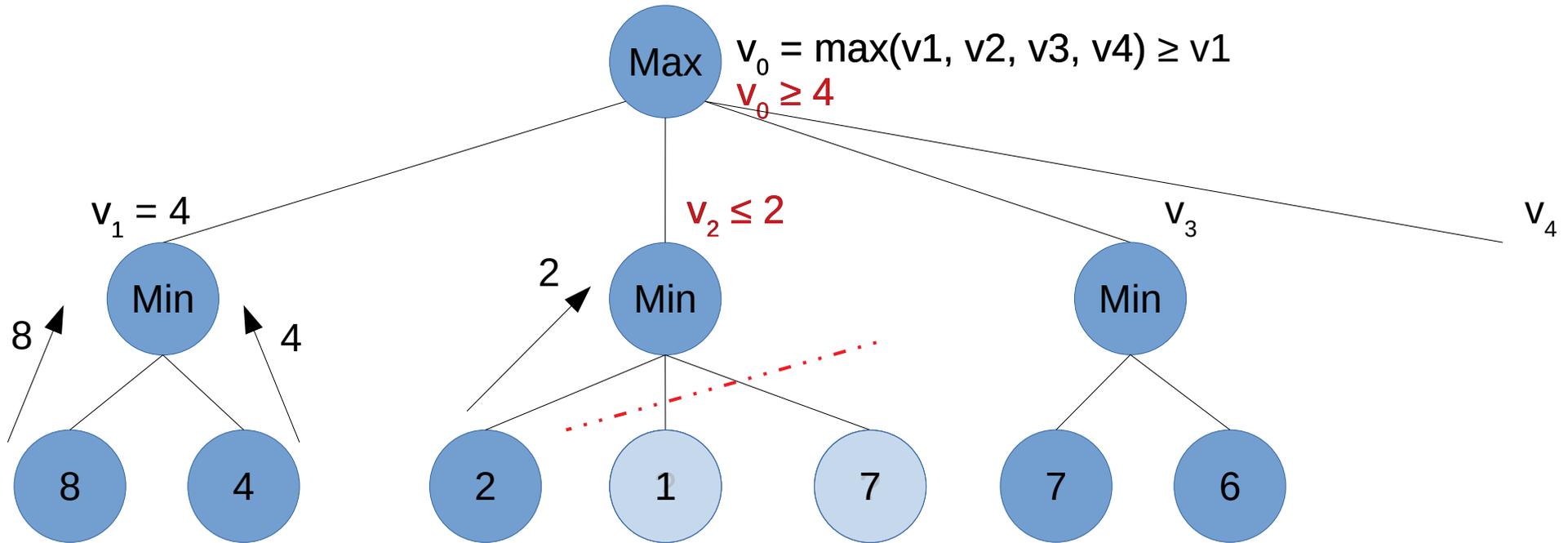
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



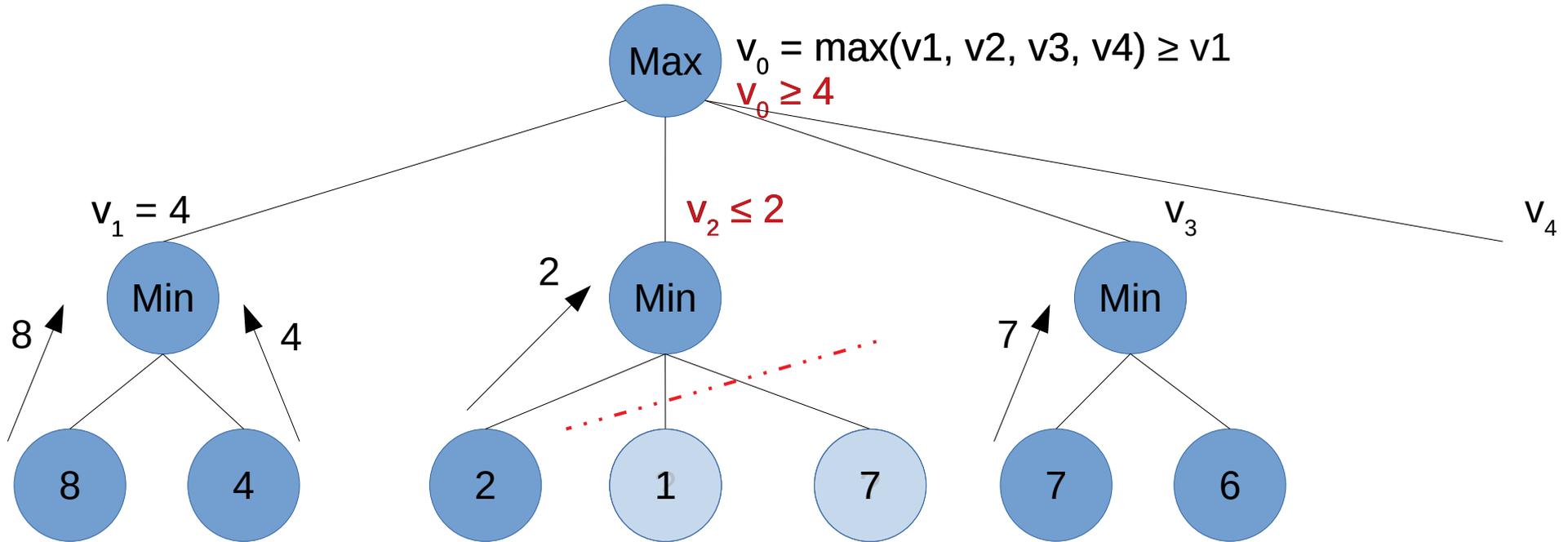
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



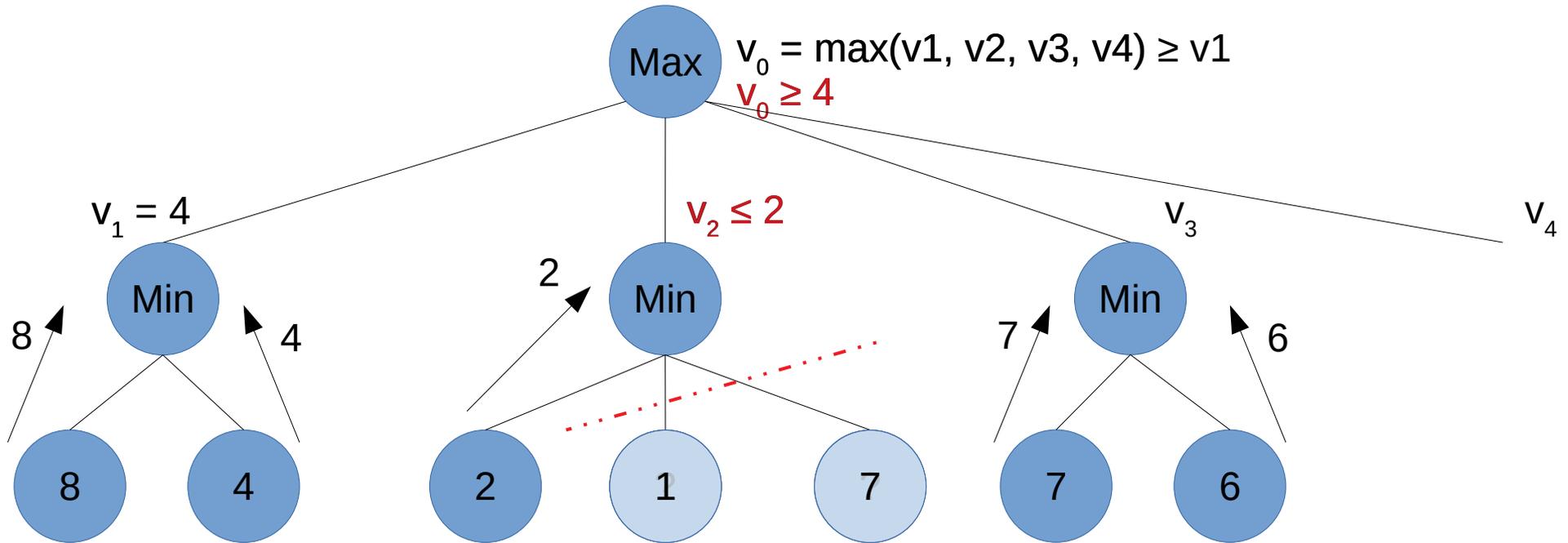
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



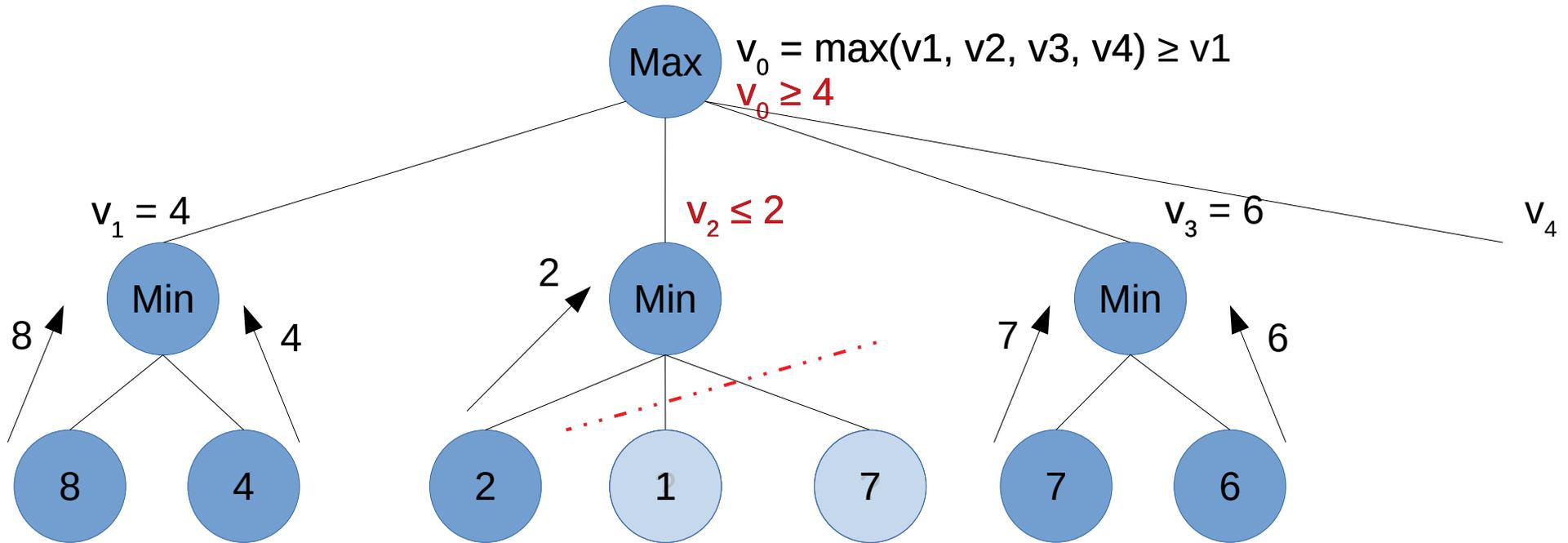
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



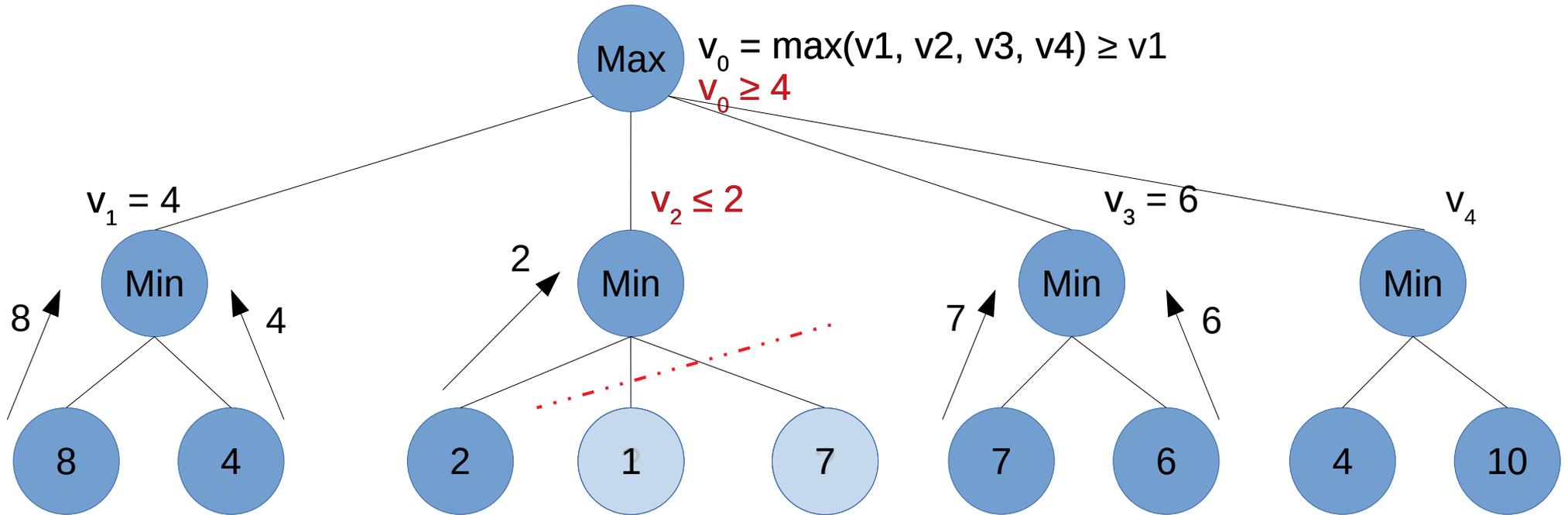
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



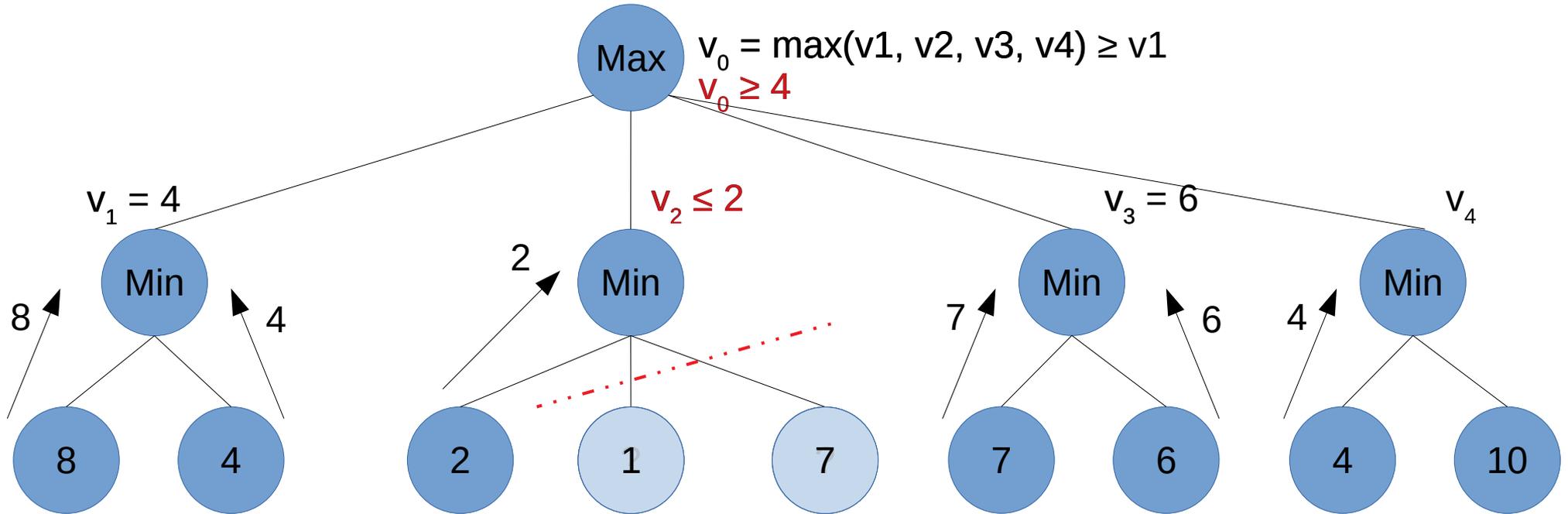
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



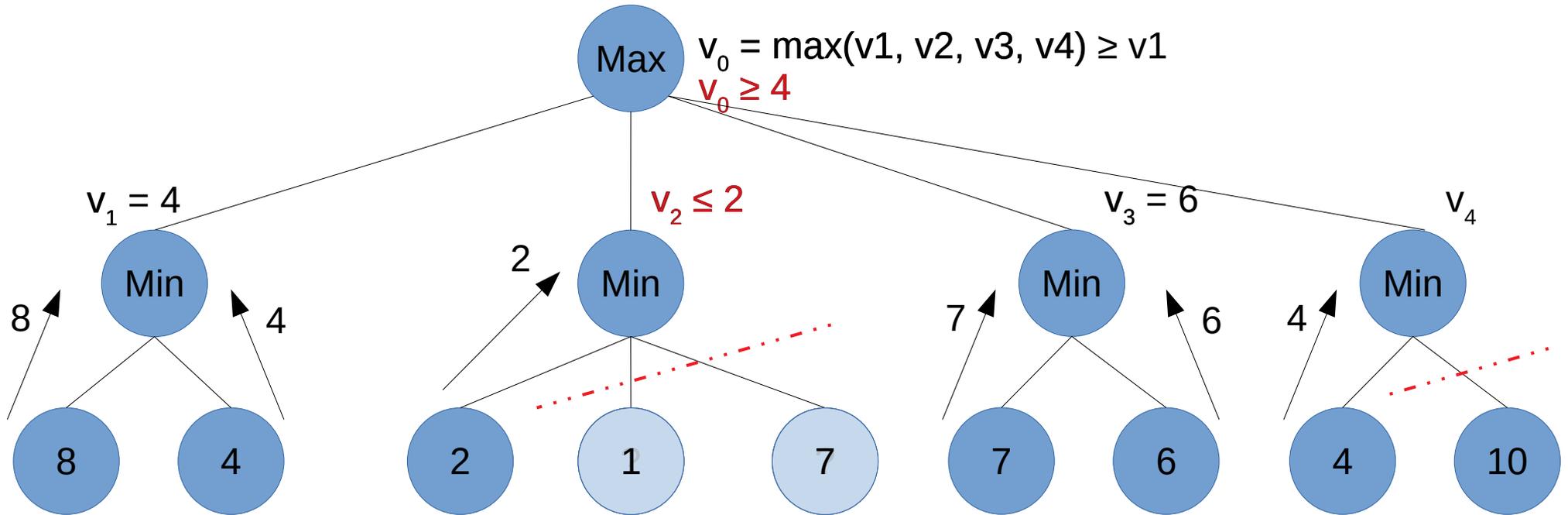
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



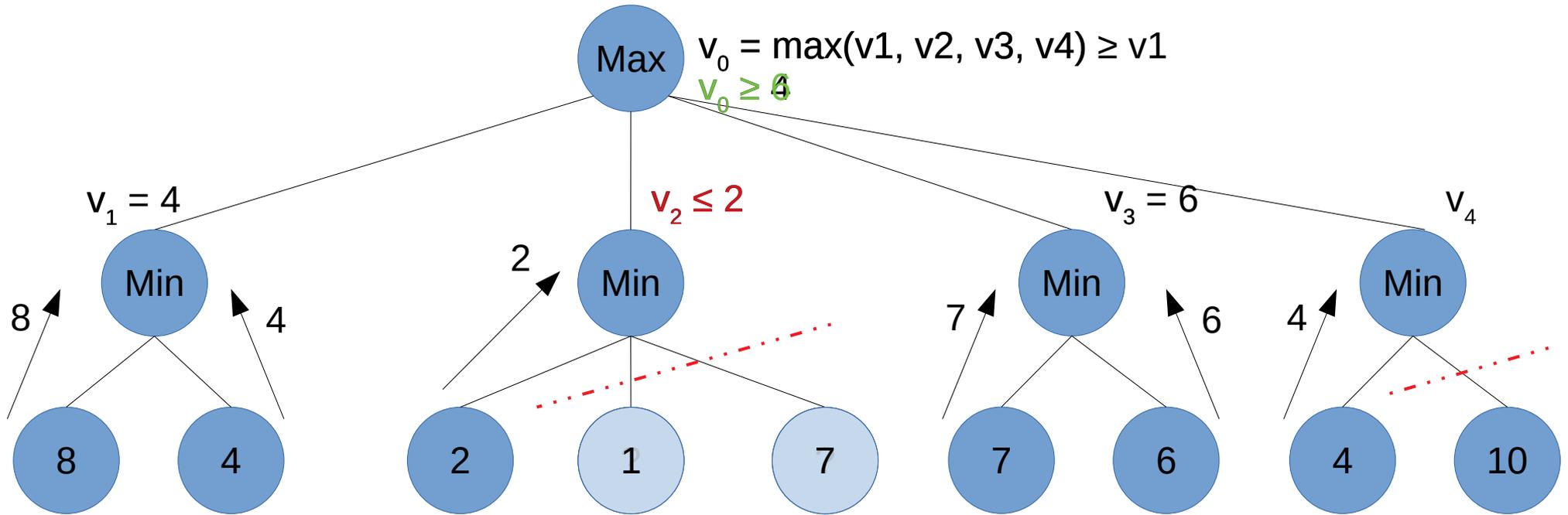
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



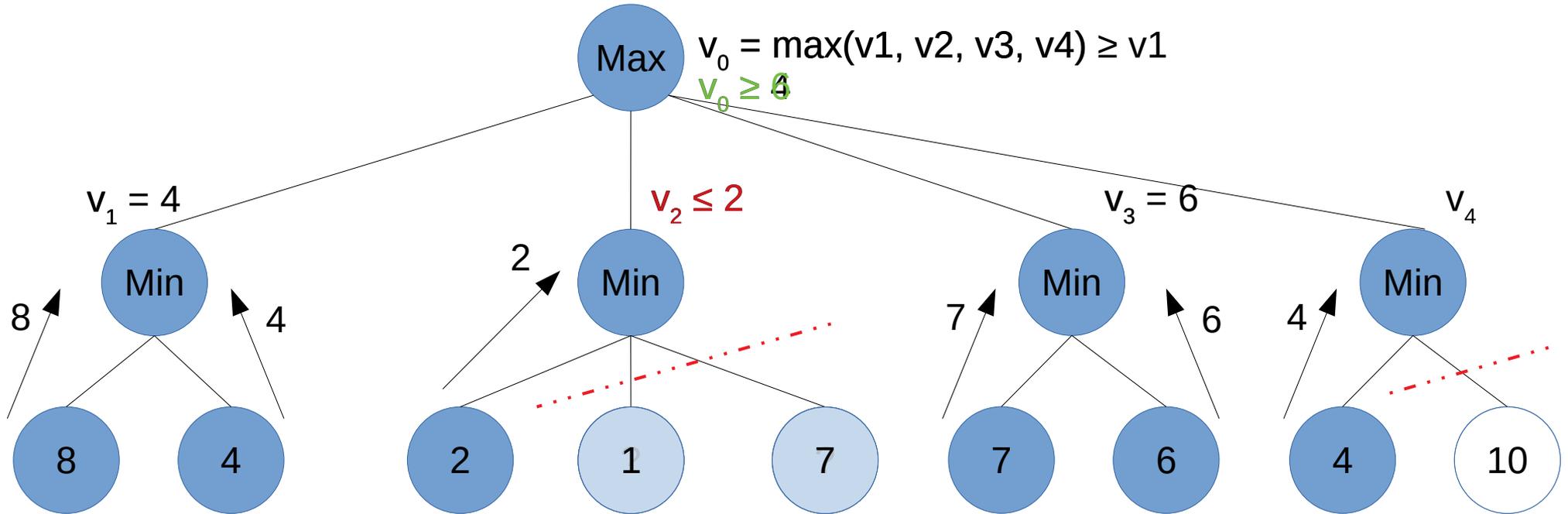
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



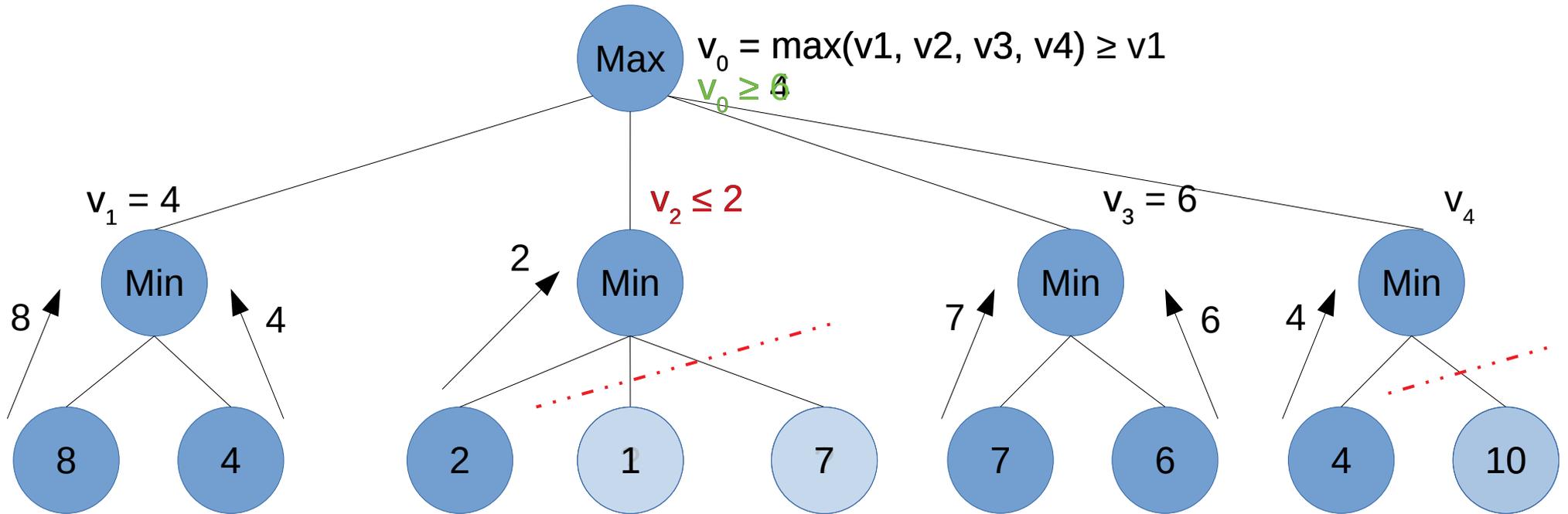
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



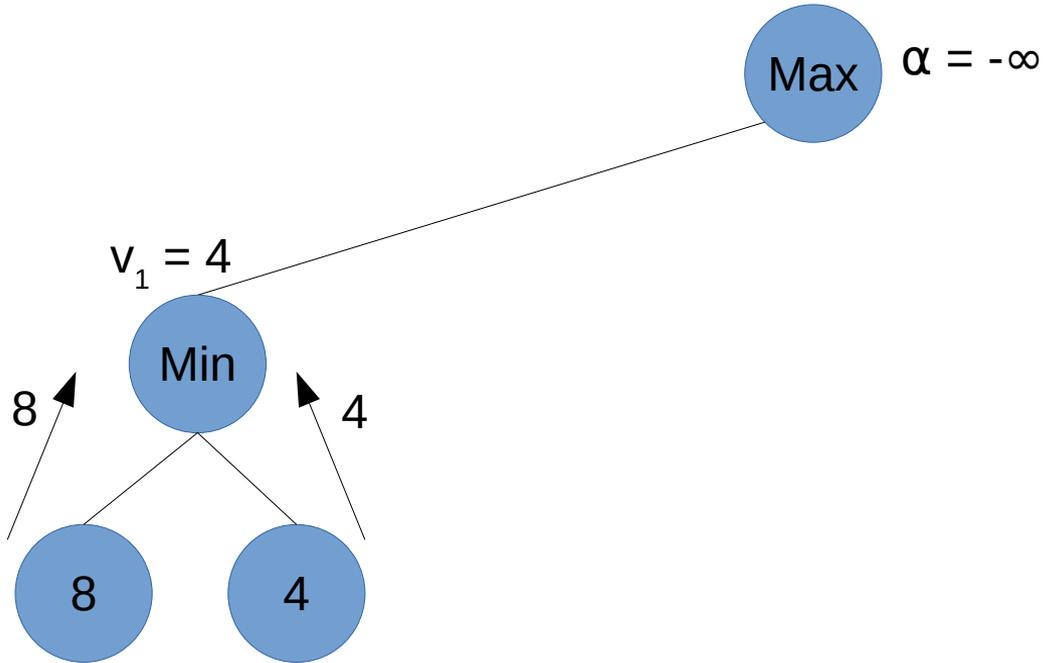
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



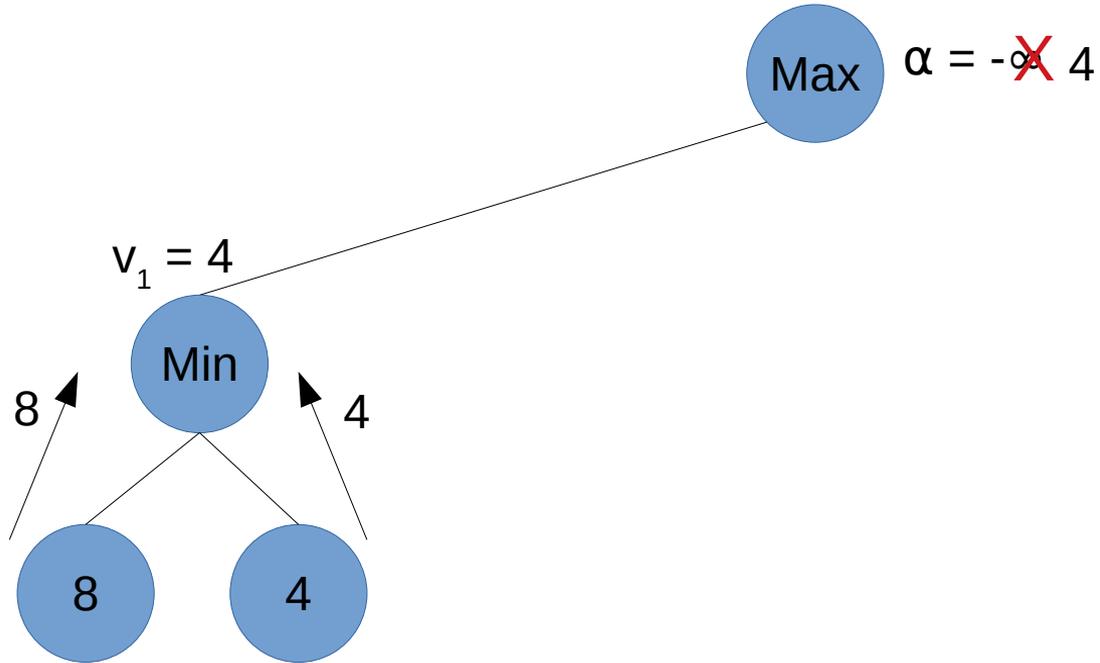
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$

Max  $\alpha = -\infty$

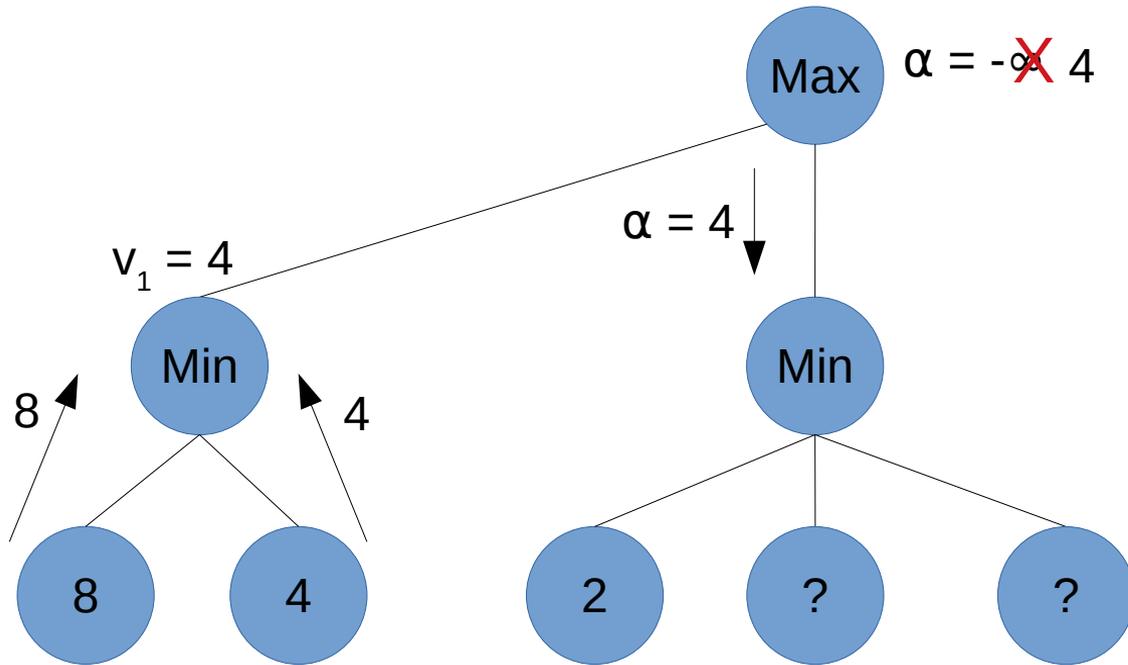
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



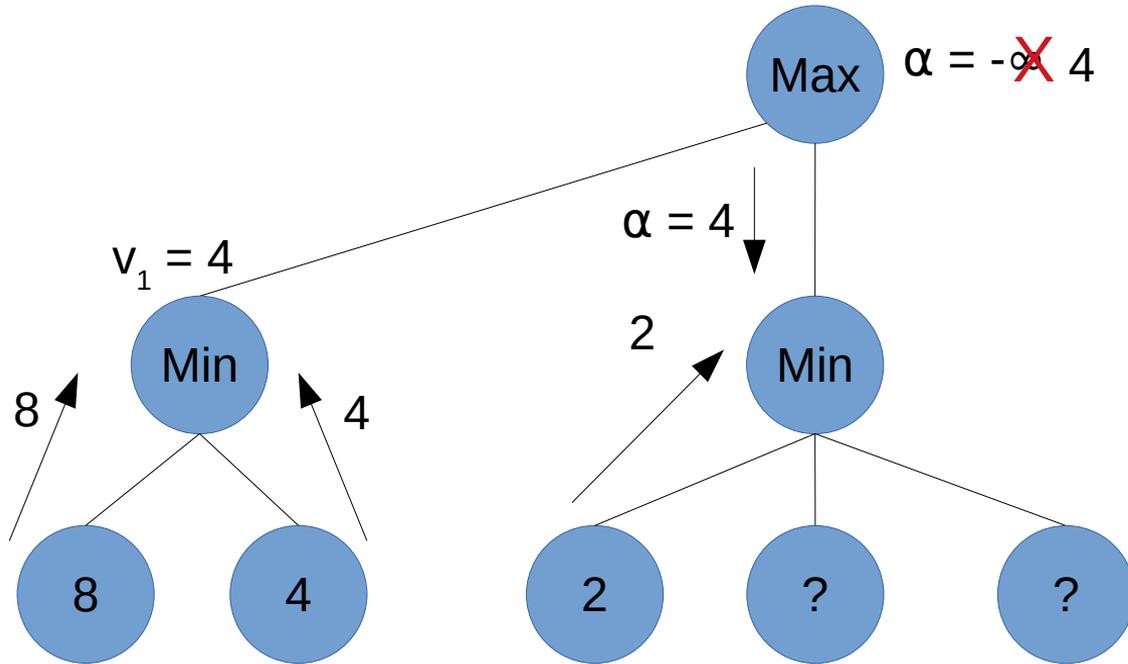
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



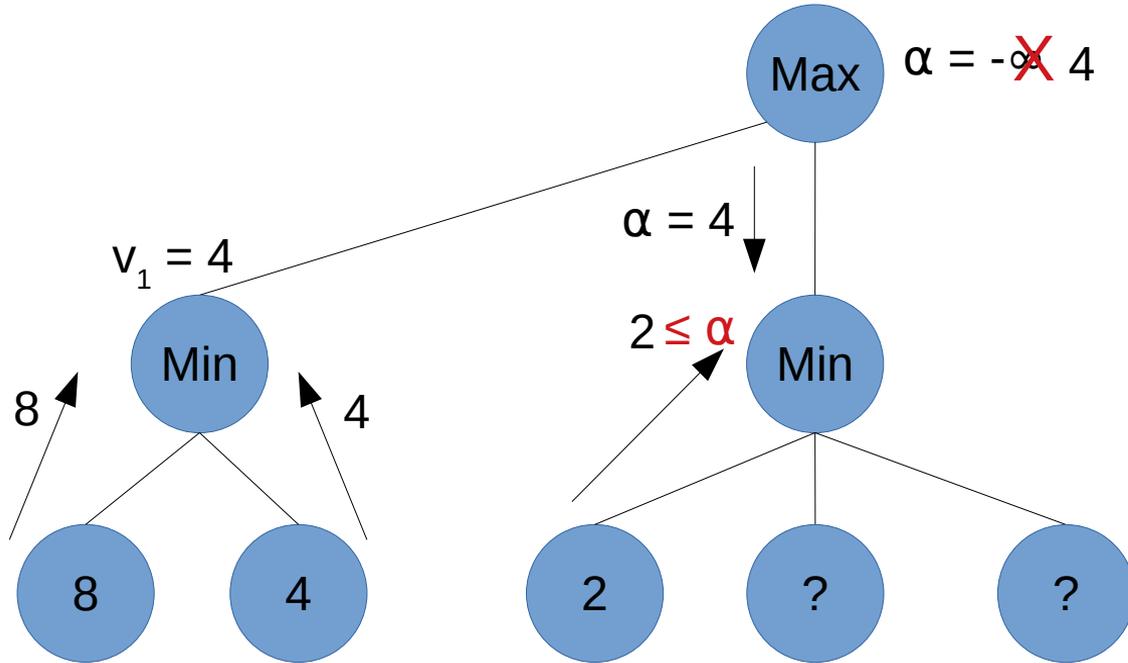
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



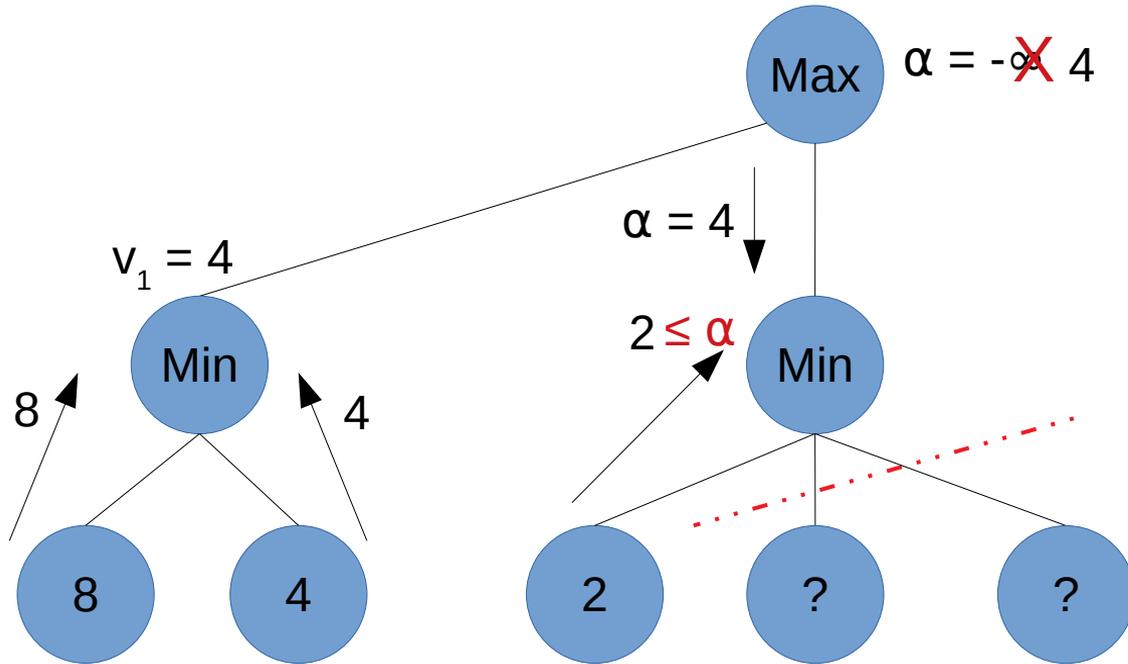
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



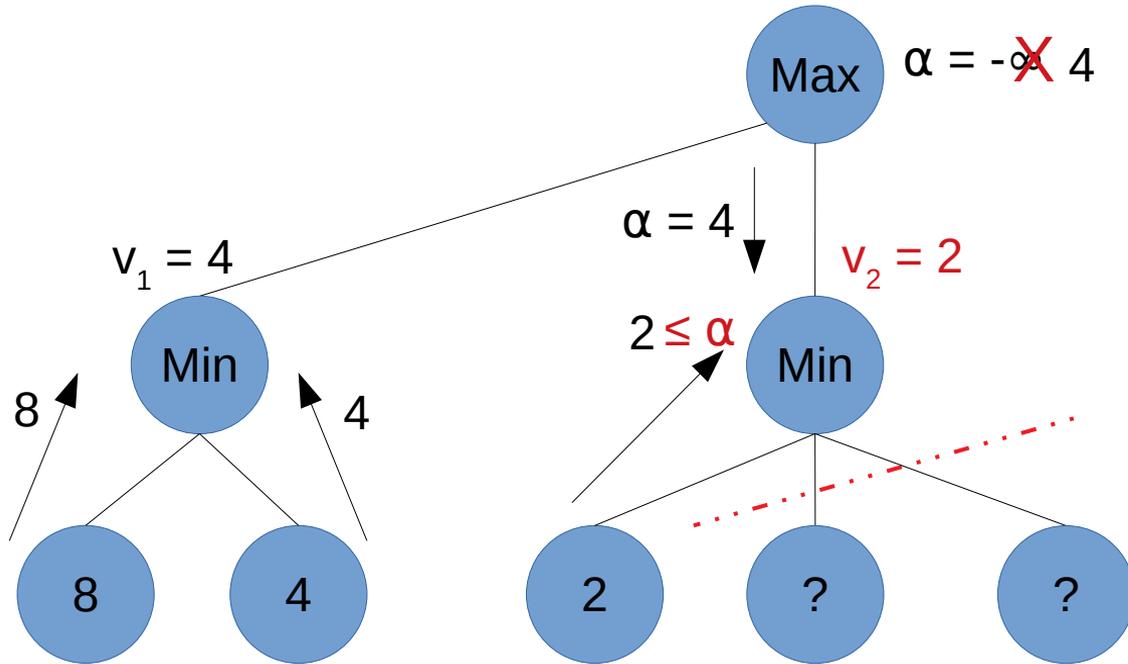
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



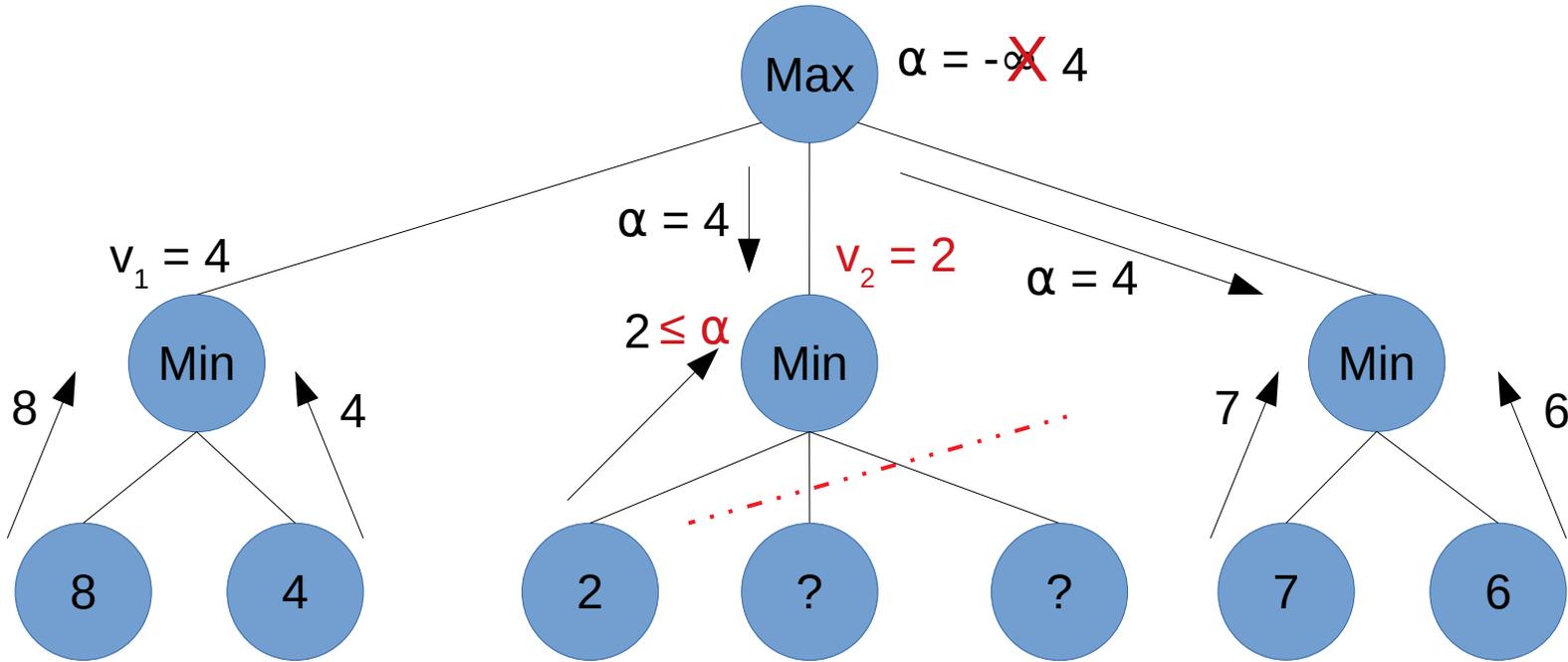
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



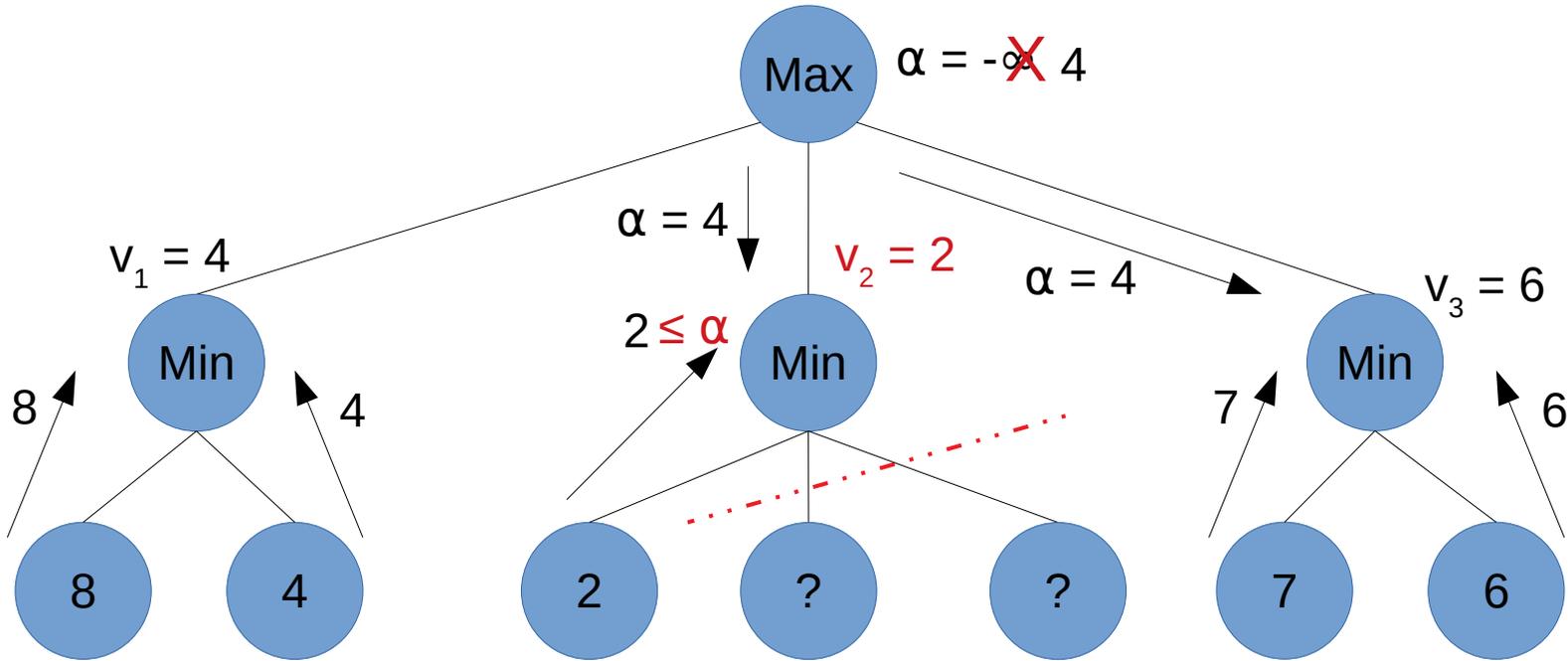
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



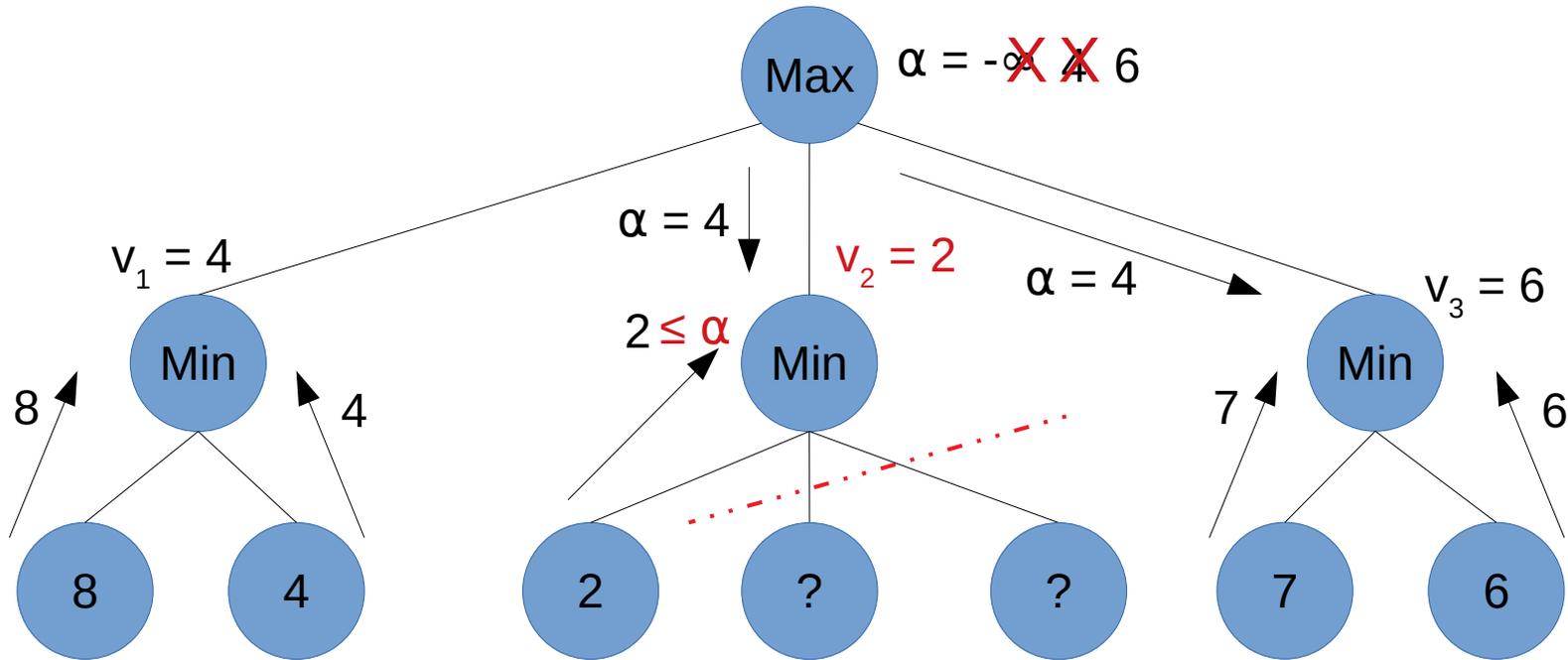
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



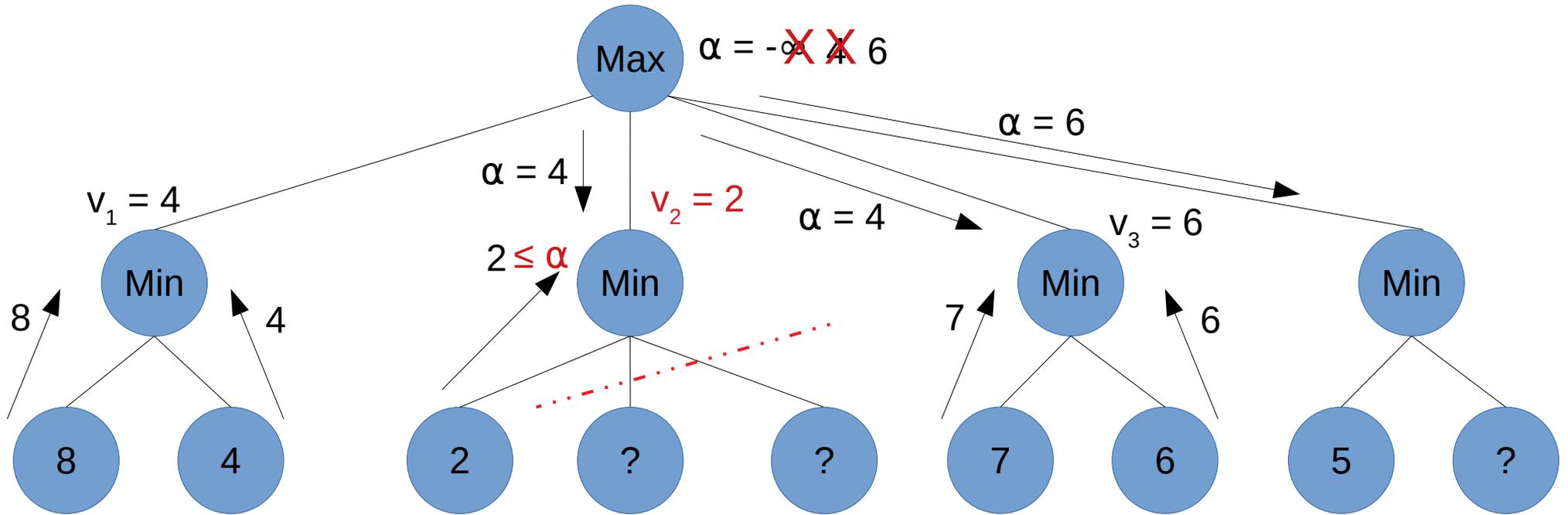
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



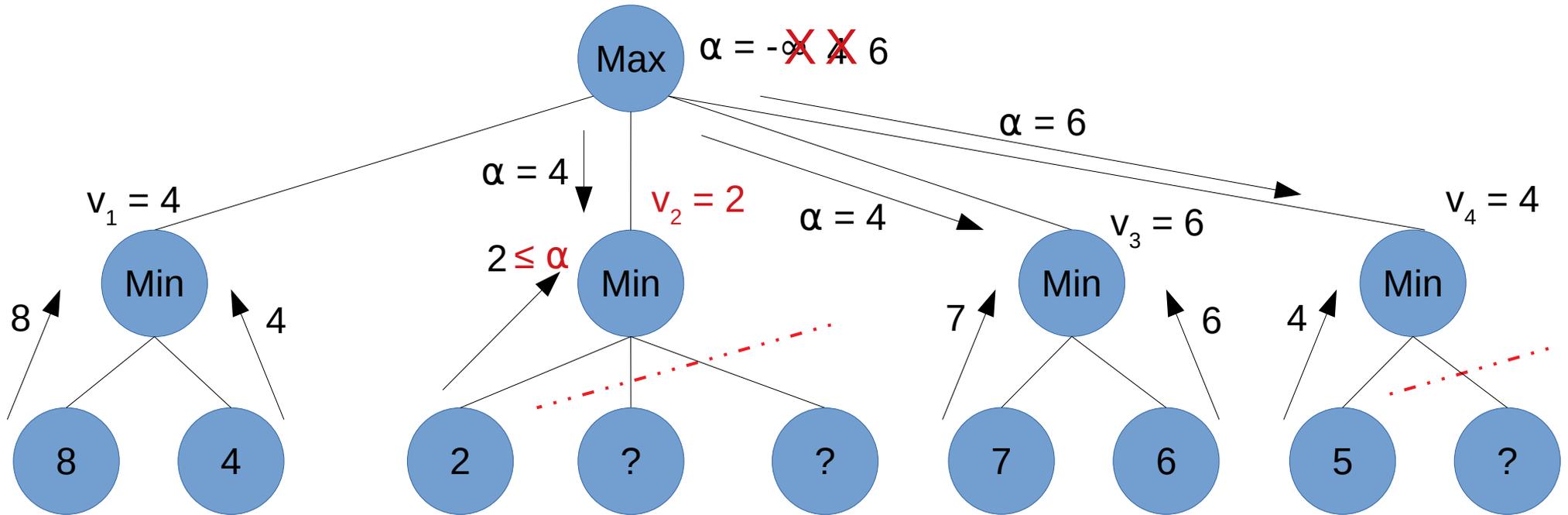
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



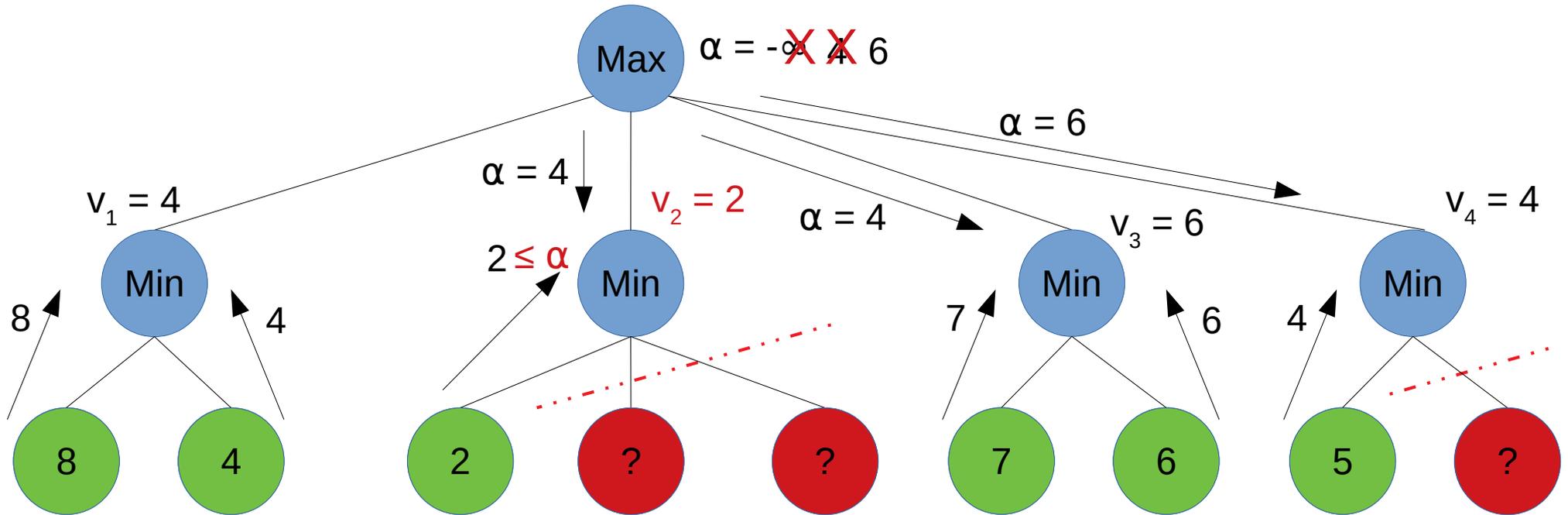
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



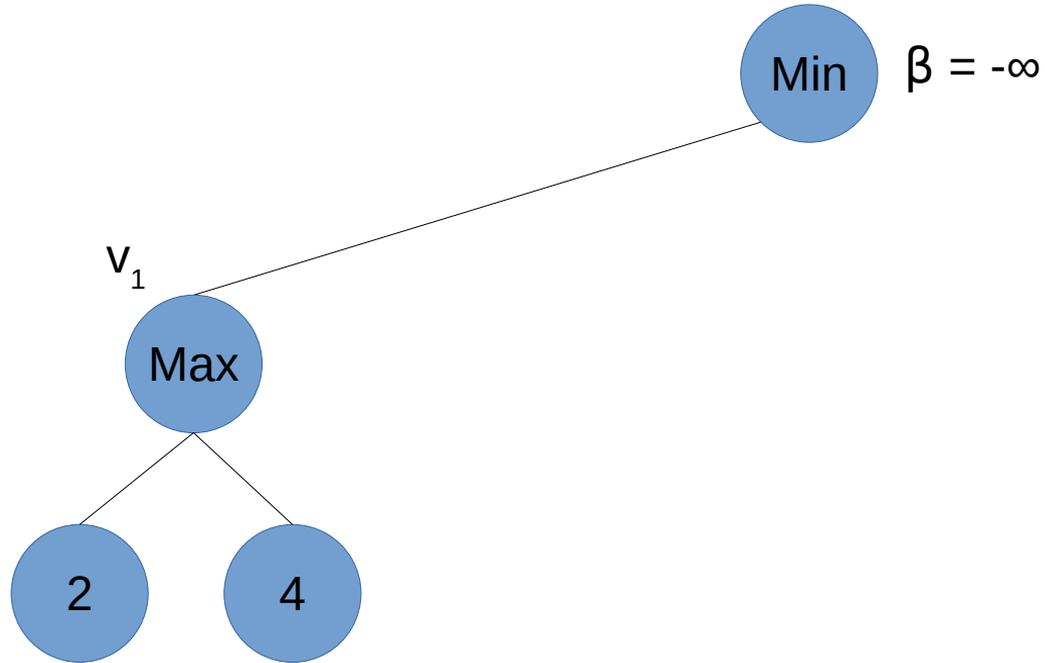
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$



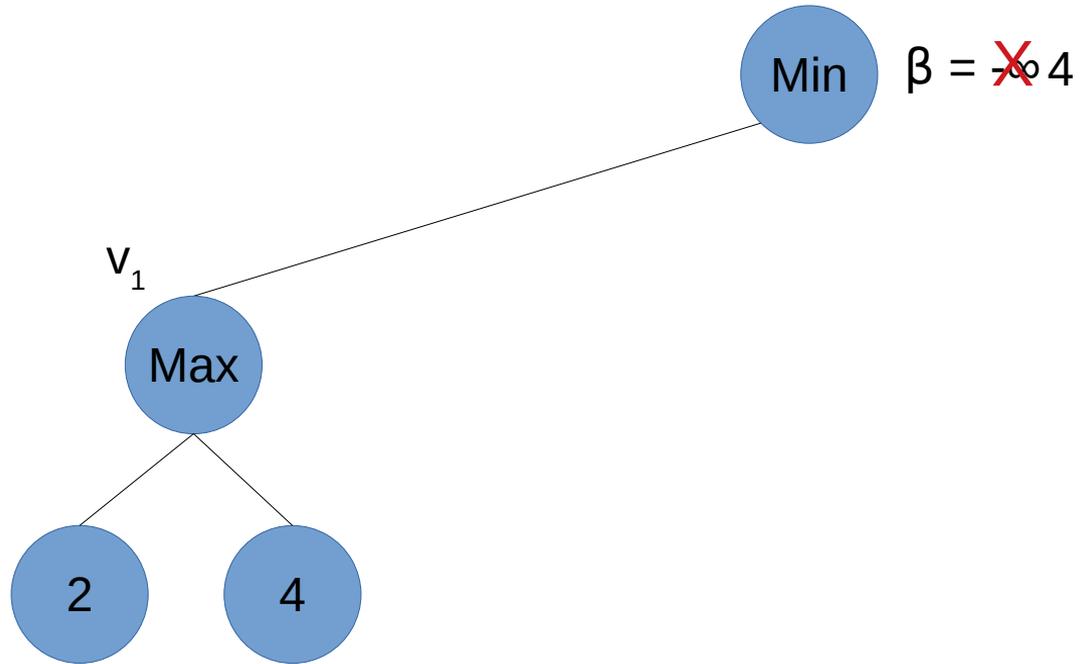
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$

Min  $\beta = -\infty$

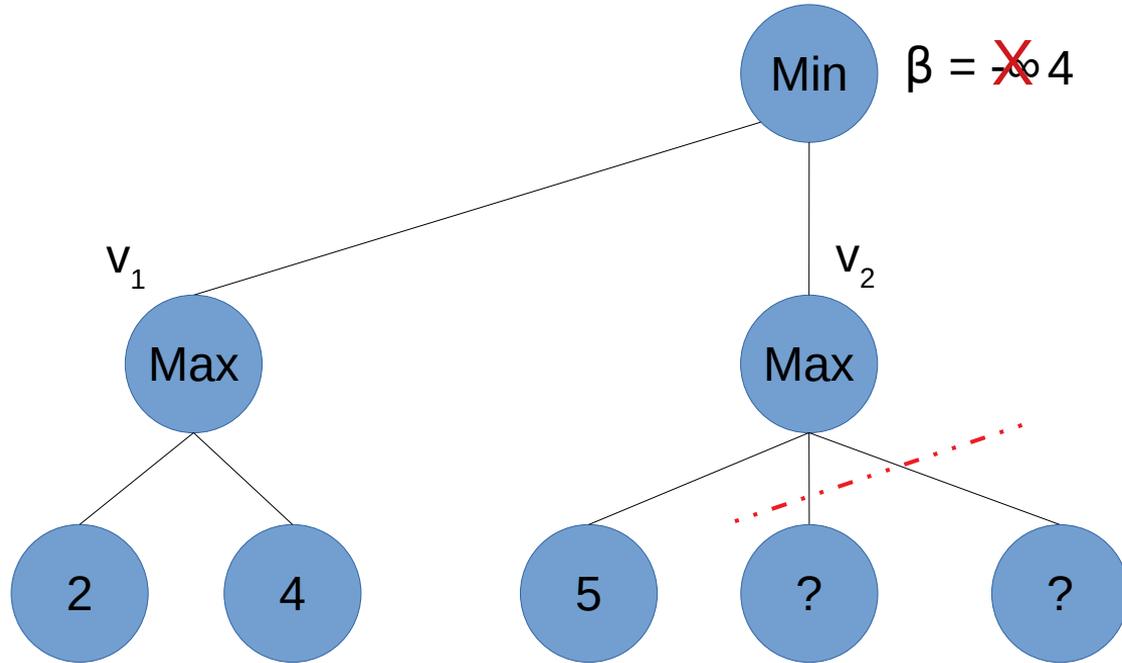
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



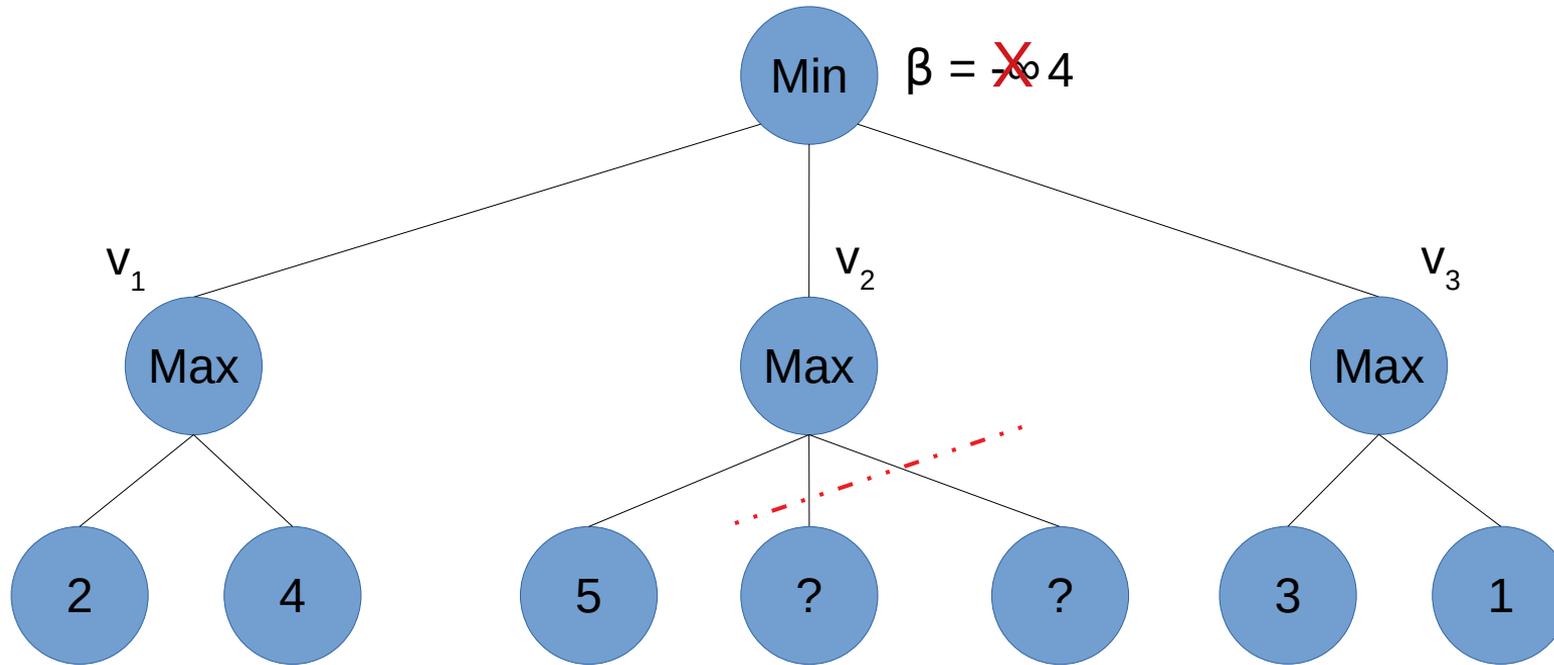
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



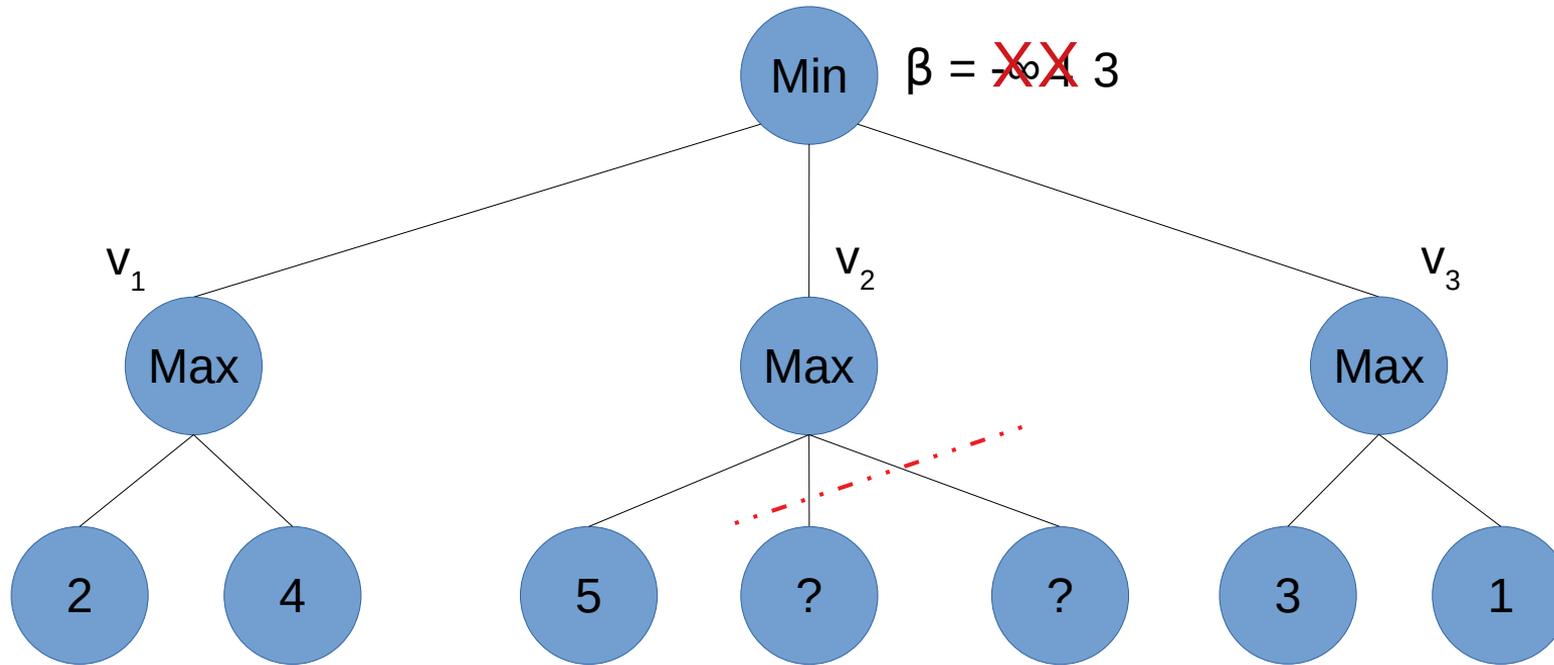
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



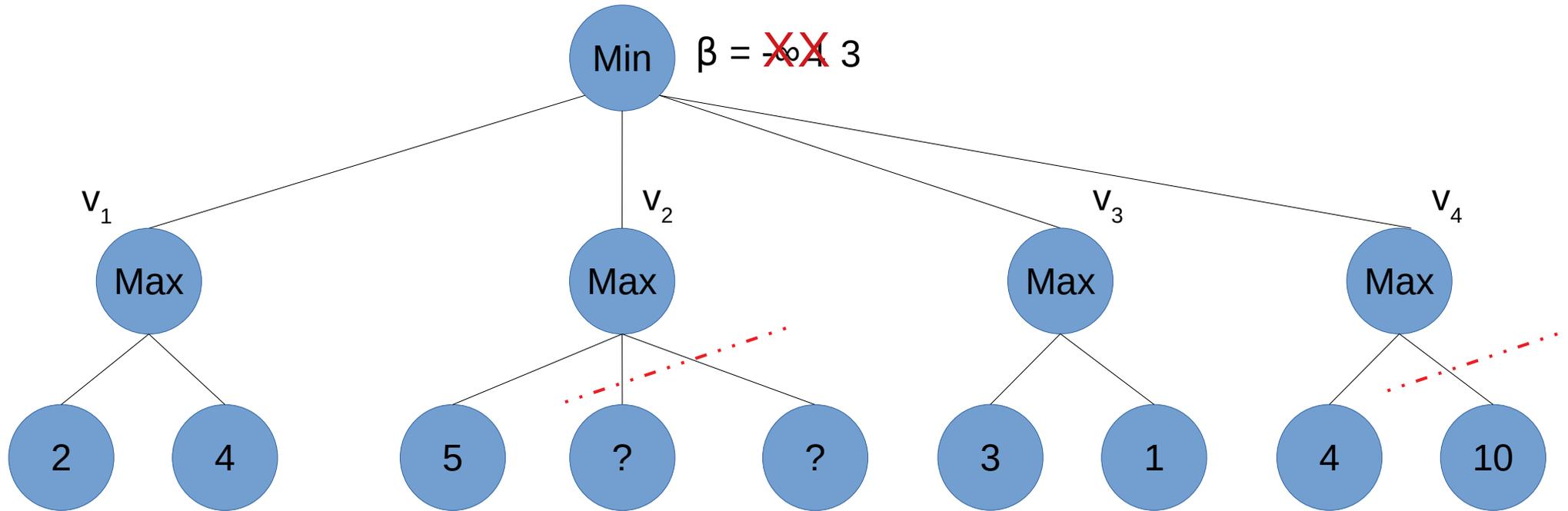
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



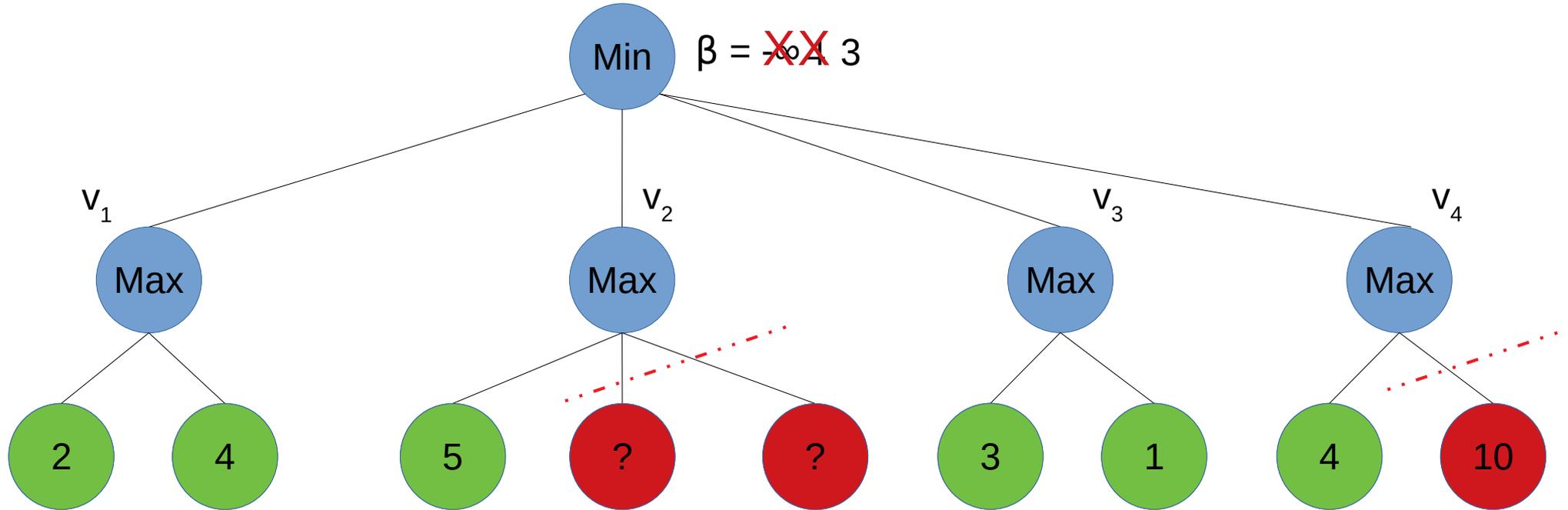
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\beta$



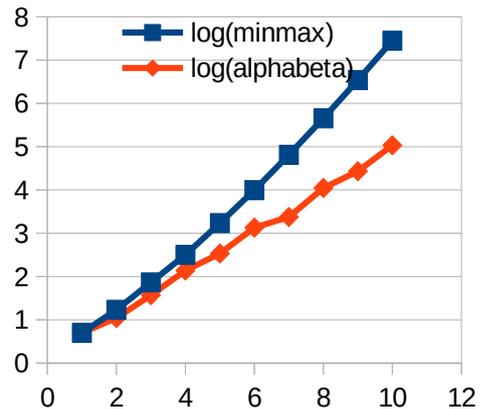
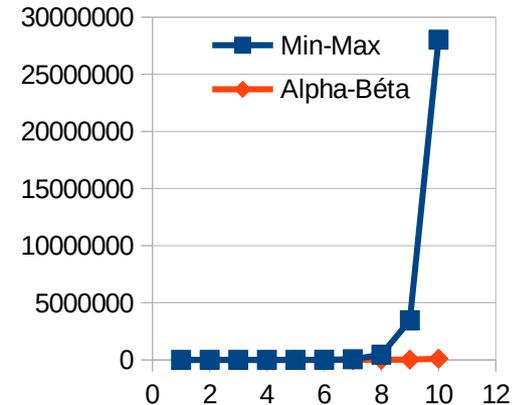
# Améliorer l'efficacité : l'élagage $\alpha$ - $\beta$

- Appliquer un élagage  $\alpha$  sur les nœuds « min »
- Appliquer un élagage  $\beta$  sur les nœuds « max »

# Élagage $\alpha$ - $\beta$

## Exemple d'amélioration sur Othello

Nb demi-coups	Nb situations minmax	Nb situations « finales » minmax	Nb situations alphabeta	Nb situations « finales » alphabeta
1	5	4	5	4
2	17	12	11	6
3	73	56	37	25
4	317	244	137	90
5	1 713	1 396	339	238
6	9 913	8 200	1 348	881
7	65 005	55 092	2 369	1 684
8	455 221	390 216	11 132	7 467
9	3 460 541	3 005 320	27 190	19 697
10	28 031 961	24 571 420	107 714	74 481



# Applicabilité en Python ?

Nb demi-coup	Tps calcul Min-Max	Tps calcul $\alpha$ - $\beta$
1	0,0025	0,0025
2	0,01	0,007
3	0,046	0,029
4	0,26	0,09
5	1,17	0,22
6	6,1	0,86
7	42	1,55
8	276	7,65
9	2 079	16,9
10		82

# $\alpha$ - $\beta$ en Python (1)

```
def alpha_beta(othello, joueur, prof_courante, prof_max, heuristique, alpha, beta):
    if prof_courante > prof_max:
        retour = ([], heuristique(othello, joueur))
    else:
        possibilites = othello.liste_coups()
        if len(possibilites) == 0:
            #Si aucun coup n'est jouable, on change de joueur et on continue
            situation = Othello(othello)
            situation.changer_joueur()
            enchainement, recompense = alpha_beta(situation, joueur, prof_courante+1, prof_max,
            heuristique, alpha, beta)
            retour = (([None] + enchainement), recompense)
        else:
```

Il manque notamment :

- le traitement des victoires et défaites prématurées
- la gestion des situations bloquées

# $\alpha$ - $\beta$ en Python (2)

```
#On s'intéresse maintenant aux cas où au moins 1 coup est jouable
coup_retenu = None
if tour_joueur_courant(prof_courante):
    # C'est le tour du joueur courant, on fait un « max »
    # et un éventuel élagage beta
    recompense_retenue = None
    enchainement_retenu = None
    for coup in possibilites:
        nouvelle_situation = othello.tenter_coup(coup[0], coup[1])
        liste_coups, recompense = alpha_beta(nouvelle_situation, joueur, prof_courante+1,
prof_max, heuristique, alpha, beta)
        if recompense_retenue is None or recompense > recompense_retenue:
            recompense_retenue = recompense
            enchainement_retenu = liste_coups
            coup_retenu = coup
            if recompense_retenue >= beta:
                break
    if recompense > alpha:
        alpha = recompense
```

# $\alpha$ - $\beta$ en Python (3)

```
Else:
    # C'est le tour du joueur adverse, on fait un « min »
    # et un éventuel élagage alpha
    recompense_retenue = None
    enchainement_retenu = None
    for coup in possibilites:
        nouvelle_situation = othello.tenter_coup(coup[0], coup[1])
        liste_coups, recompense = alpha_beta(nouvelle_situation, joueur, prof_courante+1,
prof_max, heuristique, alpha, beta)
        if recompense_retenue is None or recompense < recompense_retenue:
            recompense_retenue = recompense
            enchainement_retenu = liste_coups
            coup_retenu = coup
            if recompense_retenue <= alpha:
                break
        if recompense < beta:
            beta = recompense
    retour = [coup] + enchainement_retenu, recompense_retenue
if prof_courante == 1:
    print("nombre de situations examinées :",nb_situations_examined)
return retour
```

# Applicabilité de $\alpha$ - $\beta$ ?

- Stockfish (jeu d'échecs) utilise un algorithme type  $\alpha$ - $\beta$ . Mais avec :
  - Optimisations
  - Utilisation d'une mémoire colossale
  - Implantation pouvant utiliser jusqu'à 128 cœurs
- $\alpha$ - $\beta$  n'est pas applicable à un jeu avec un arbre très large (comme le go)
- Applicable tel quel que sur des jeux à information complète (chaque joueur connaît complètement l'état du jeu)

# Explorer en largeur ou en profondeur ?

- Inconvénient du parcours en profondeur
  - Souvent, le niveau de réflexion est plutôt défini par un temps
    - difficile de savoir jusqu'à quelle profondeur aller
- Inconvénient du parcours en largeur
  - Multiplication souvent exponentielle du nombre de situations à partir de la position initiale
    - occupation en mémoire colossale