

Les arbres AVL

DUT Informatique – Deuxième année
Université du Havre



Introduction

⇒ Pourquoi

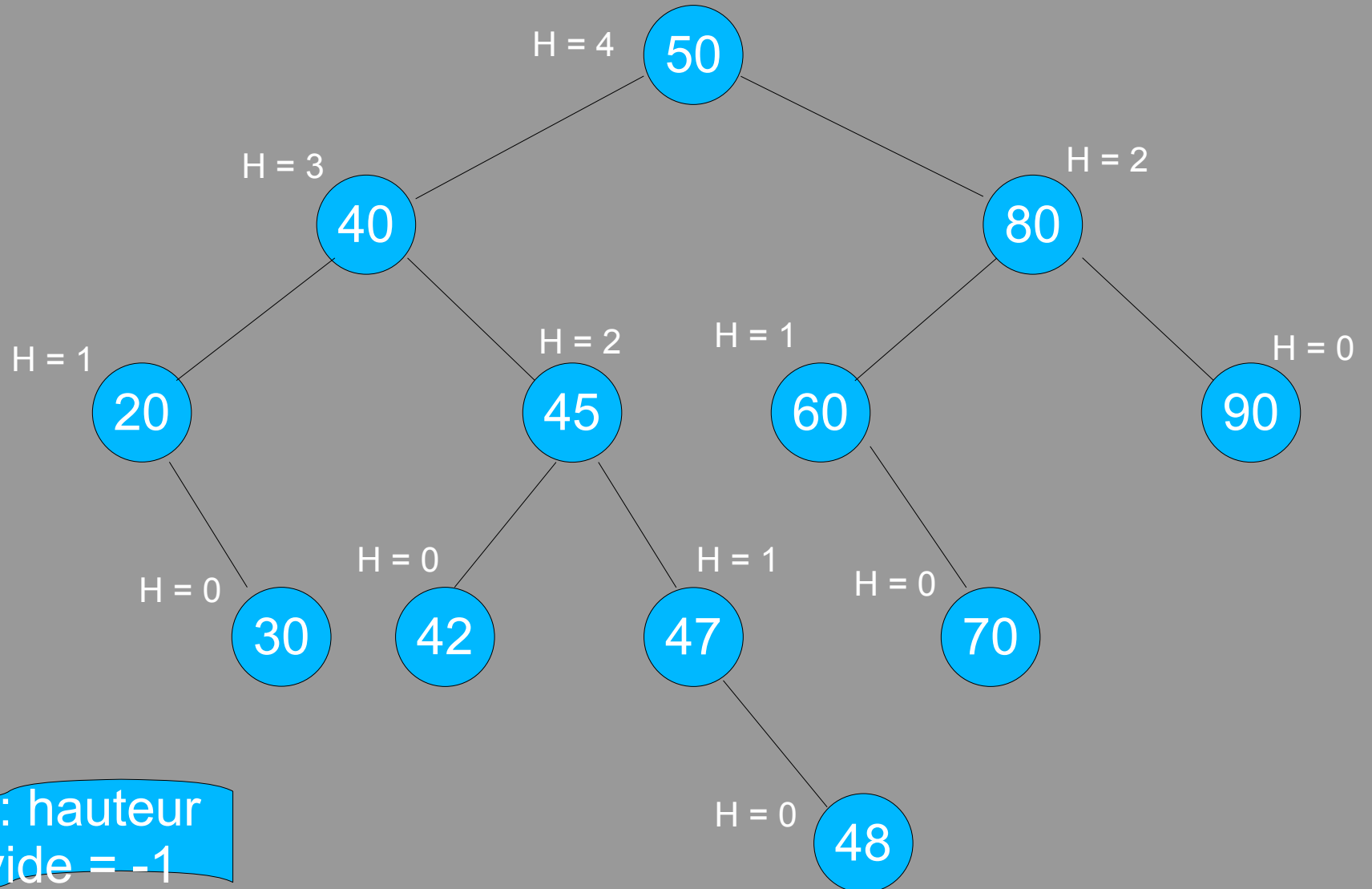
- Les arbres équilibrés rendent les recherches plus efficaces
- Trouver comment maintenir un arbre relativement équilibré au fur et à mesure des insertions (et suppression)

⇒ Solution :

- Les arbres AVL (Adelson-Velskii et Landis) : pour tout sommet, les hauteurs des sous-arbres gauche et droit diffèrent d'au plus 1.
- Rmq : un arbre AVL N'EST PAS un arbre équilibré



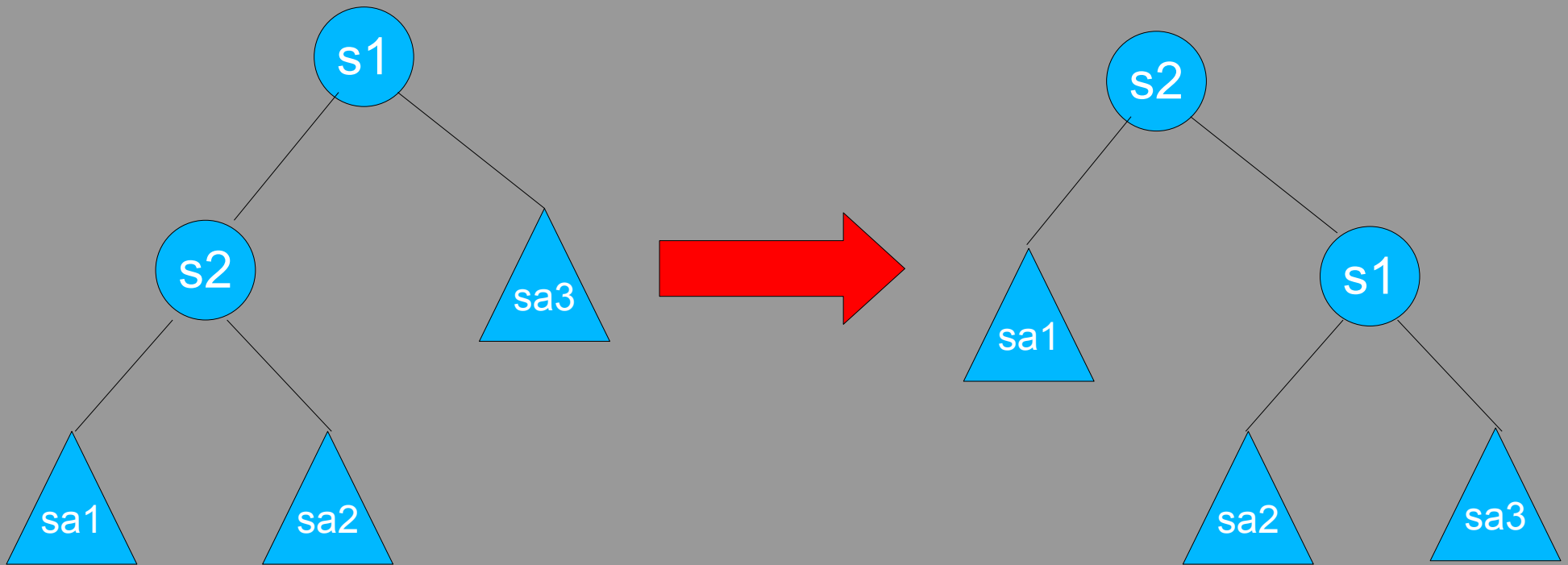
Exemple d'arbre AVL



Rappel : hauteur
arbre vide = -1



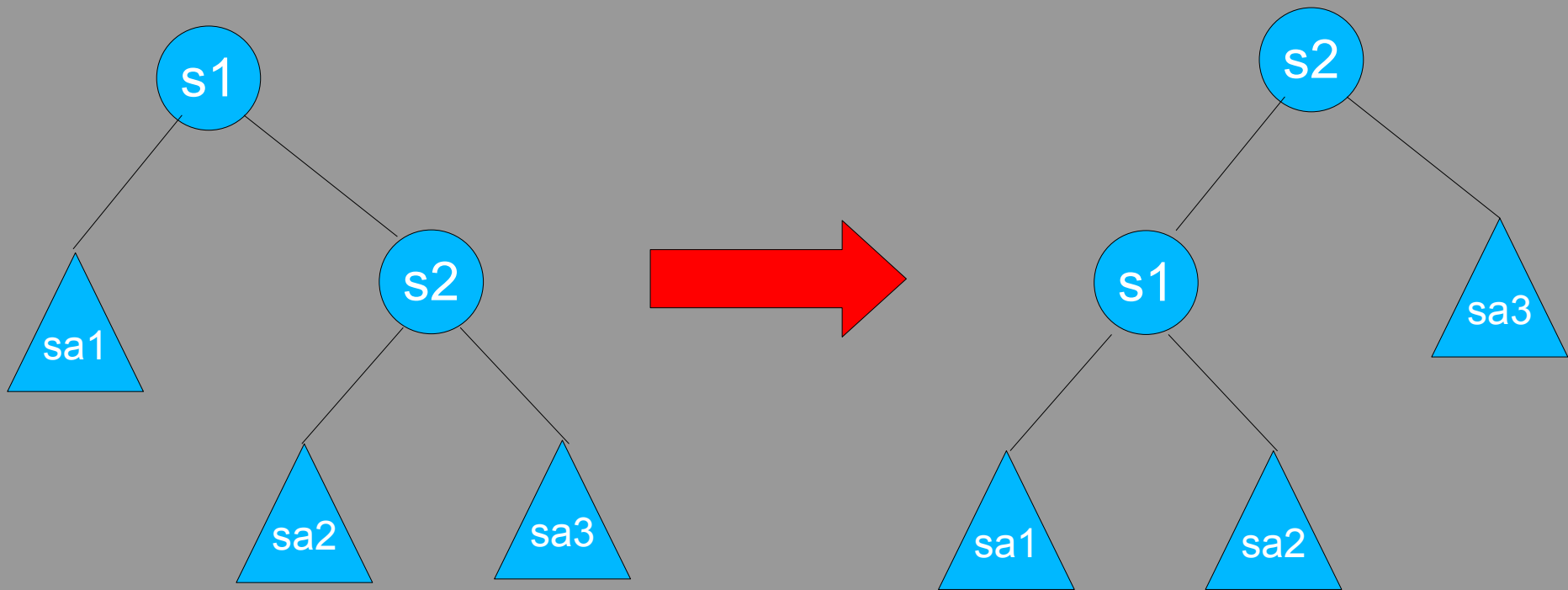
Préambule : Rotation droite



Rotation droite autour de S1, notée $rd(S1)$



Préambule : Rotation gauche



Rotation gauche autour de $S1$, notée $rg(s1)$



Insertion dans un arbre AVL

Le principe de l'insertion dans un arbre AVL est le suivant :

- - insérer le nouveau noeud au bon endroit
- - au fur et à mesure de la remontée dans l'arbre (du noeud père du noeud inséré à la racine), rééquilibrer l'arbre en effectuant les rotations apropiées



Choix des rotations

→ Notations

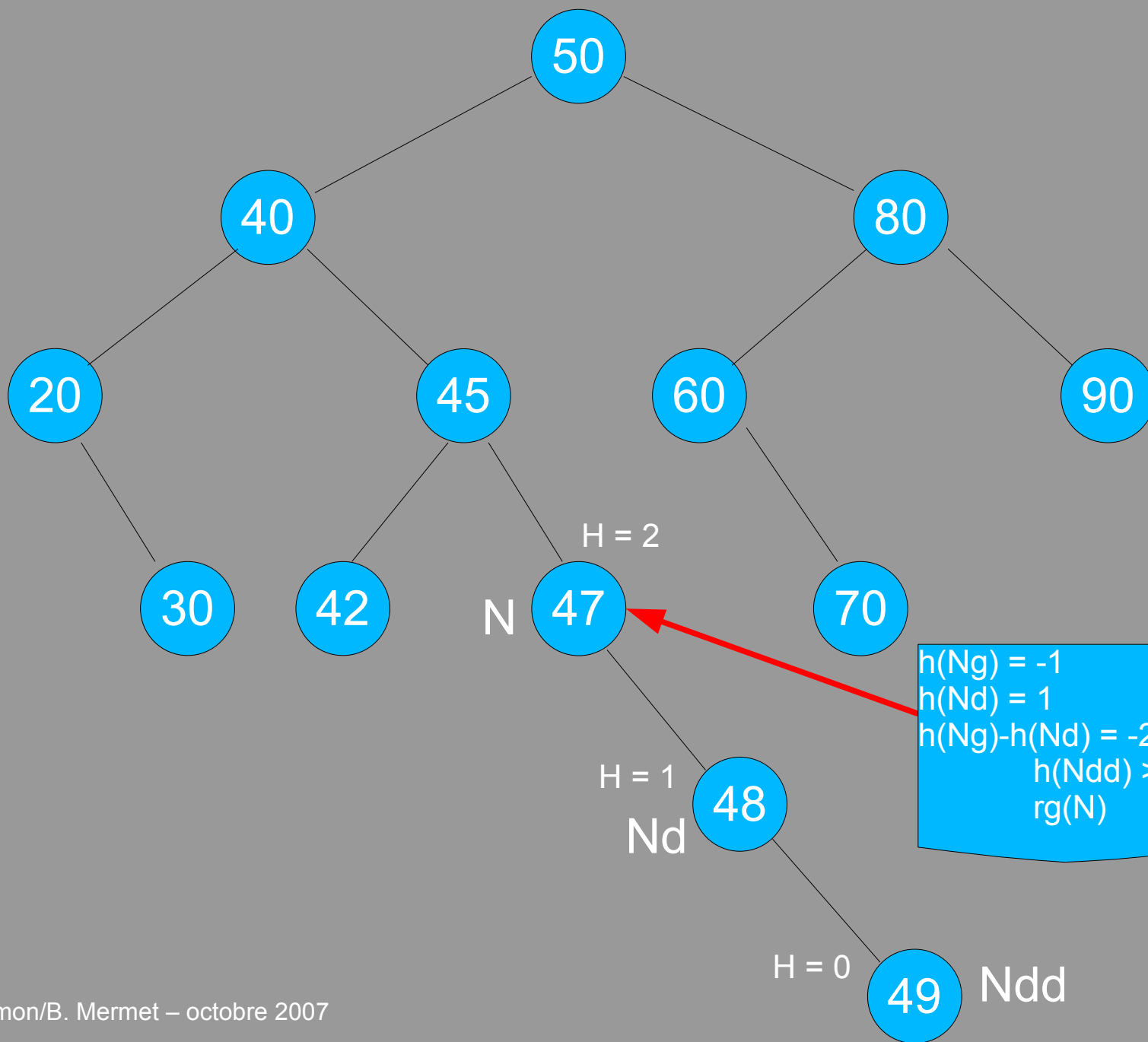
- Soient N le noeud courant, N_g son fils gauche et N_d sont fils droit.
- Soient N_{gg} le fils gauche de N_g et N_{gd} le fils droit de N_g
- Soient N_{dg} le fils gauche de N_d et N_{dd} le fils droit de N_d
- Soit $h(x)$ la hauteur de l'arbre de racine le noeud x .

→ Algorithme

- Si $|h(N_g) - h(N_d)| \leq 1$, ne rien faire
- Sinon
 - Si $h(N_g) - h(N_d) = 2$ cas (1)
 - Si $h(N_{gg}) > h(N_{gd})$ Alors $rd(N)$ cas (1a)
 - Sinon $rg(N_g)$ puis $rd(N)$ cas (1b)
 - Sinon ($h(N_g) - h(N_d) = -2$) cas (2)
 - Si $h(N_{dd}) > h(N_{dg})$ Alors $rg(N)$ cas (2a)
 - Sinon $rd(N_d)$ puis $rg(N)$ cas (2b)
- Fsi
- Fsi



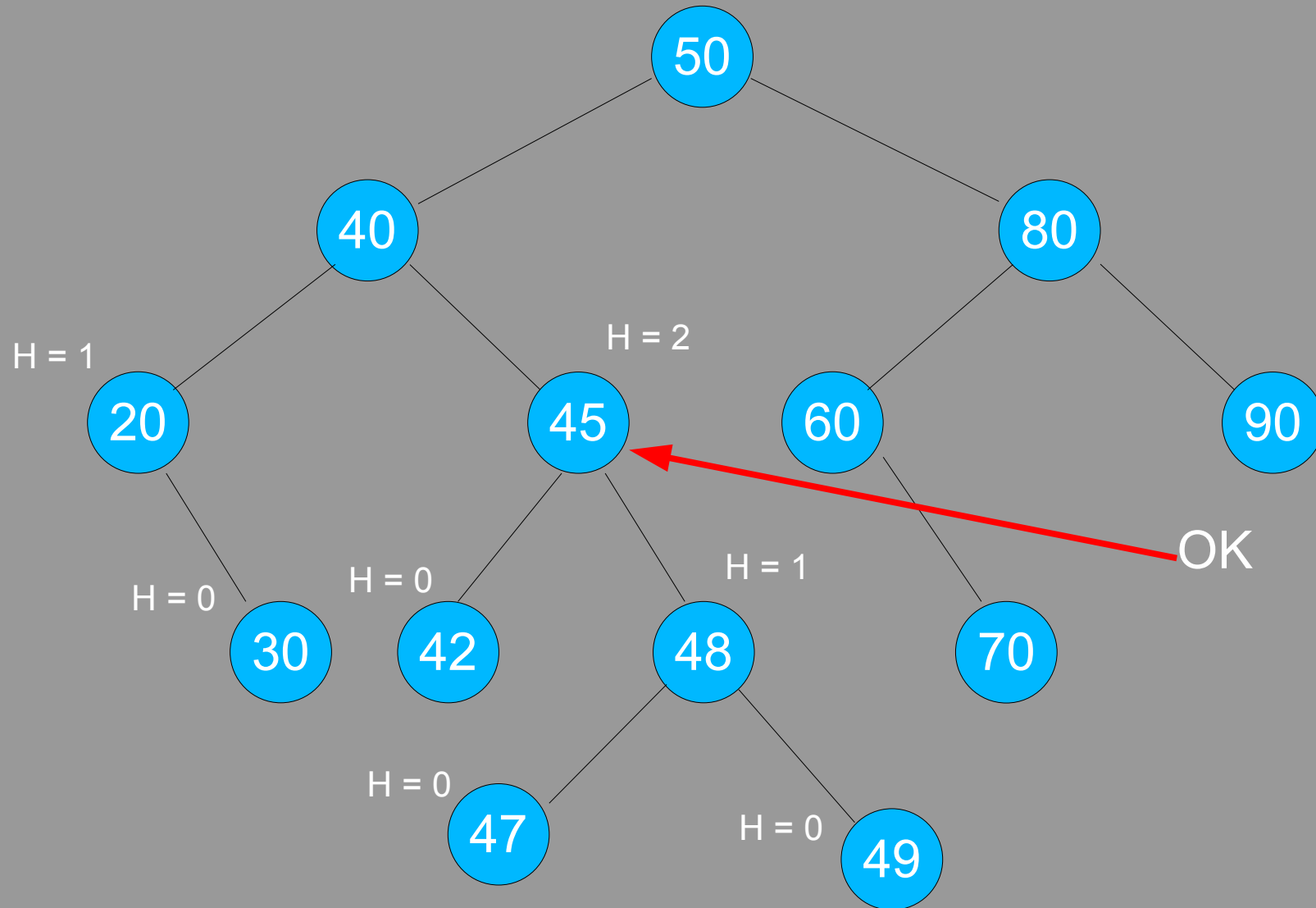
Exemple d'ajout : 49



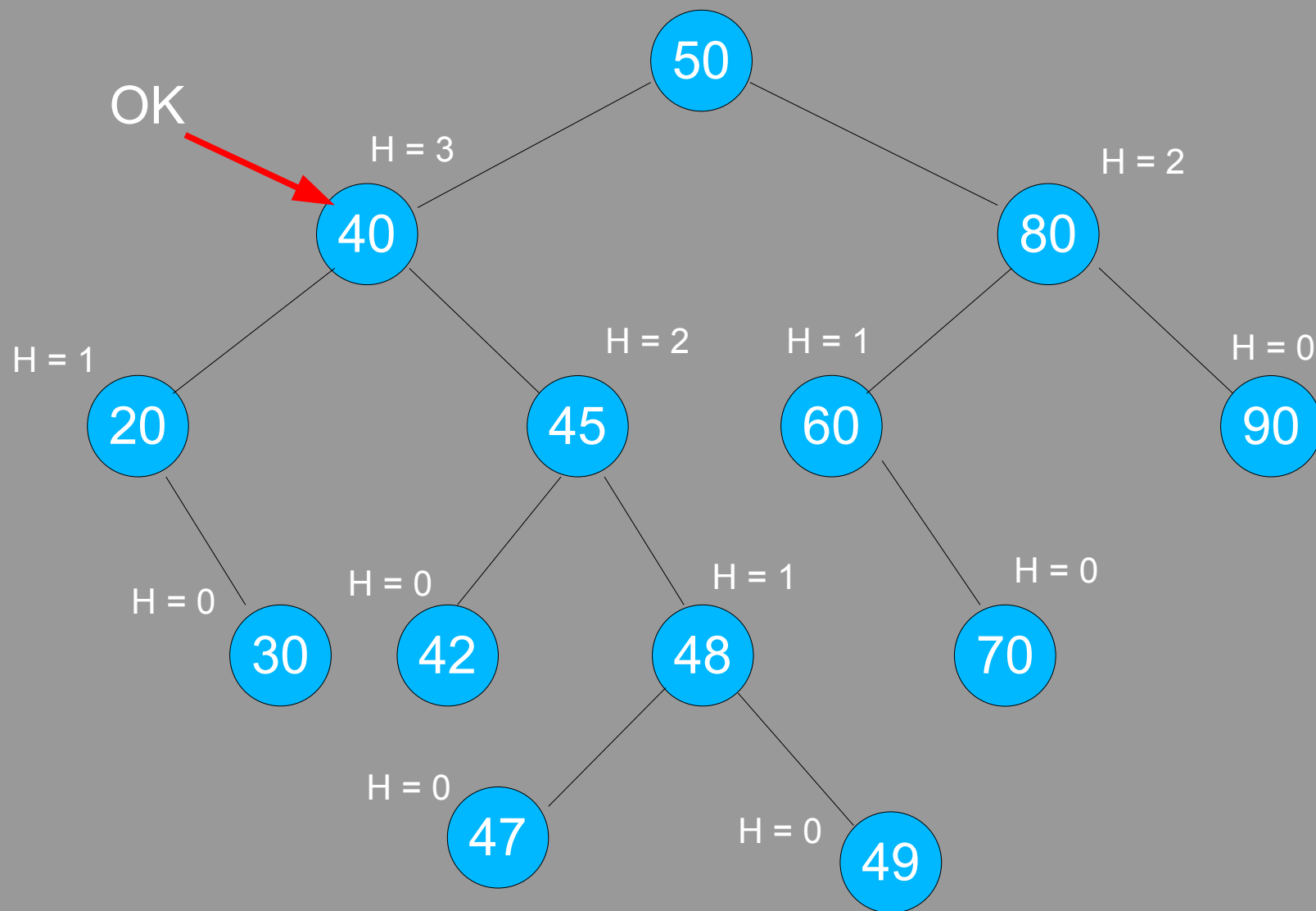
$h(Ng) = -1$
 $h(Nd) = 1$
 $h(Ng) - h(Nd) = -2 \Rightarrow \text{cas (2)}$
 $h(Ndd) > h(Ndg) \Rightarrow \text{cas (2a) :$
 $rg(N)$



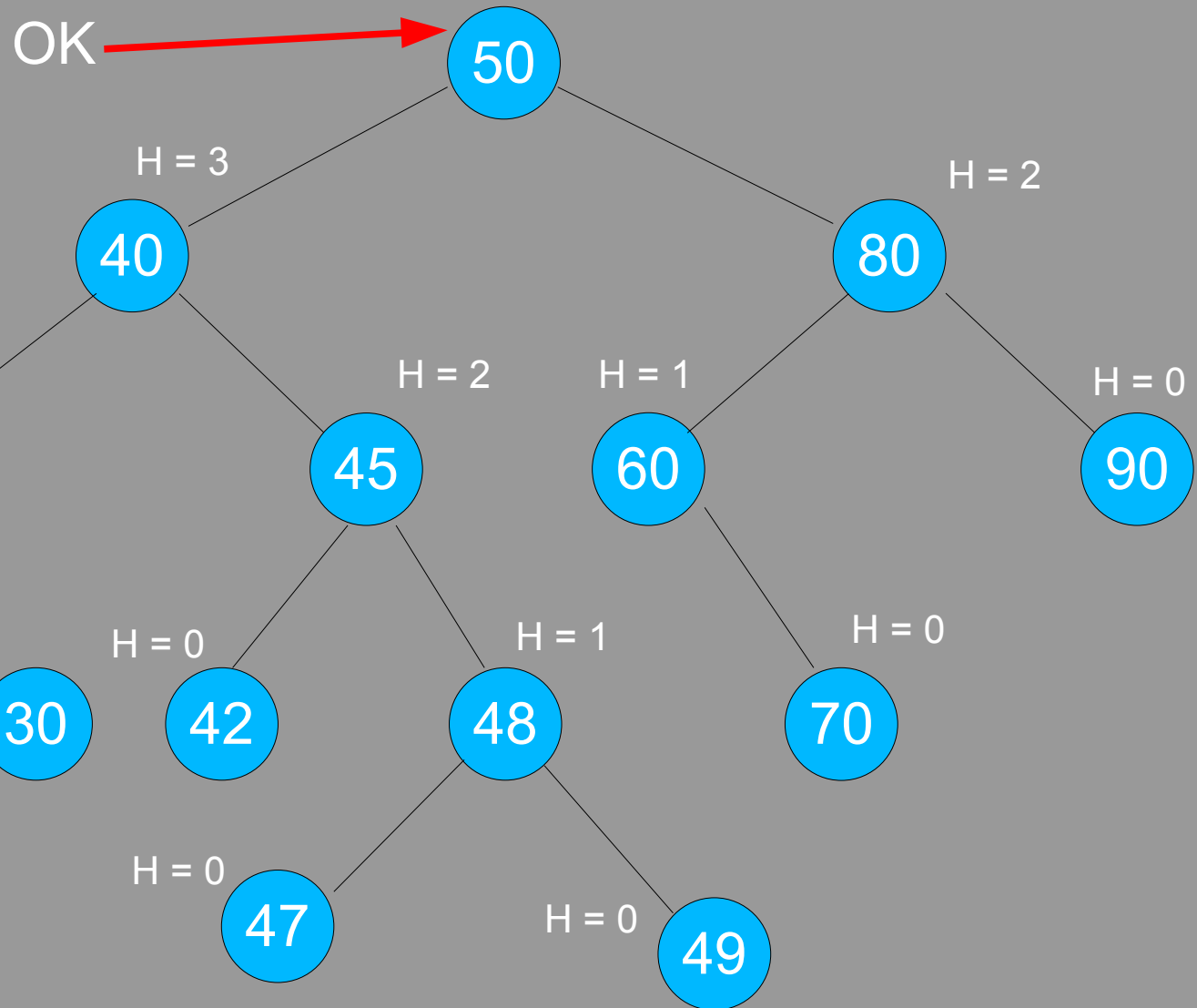
Exemple d'ajout : 49



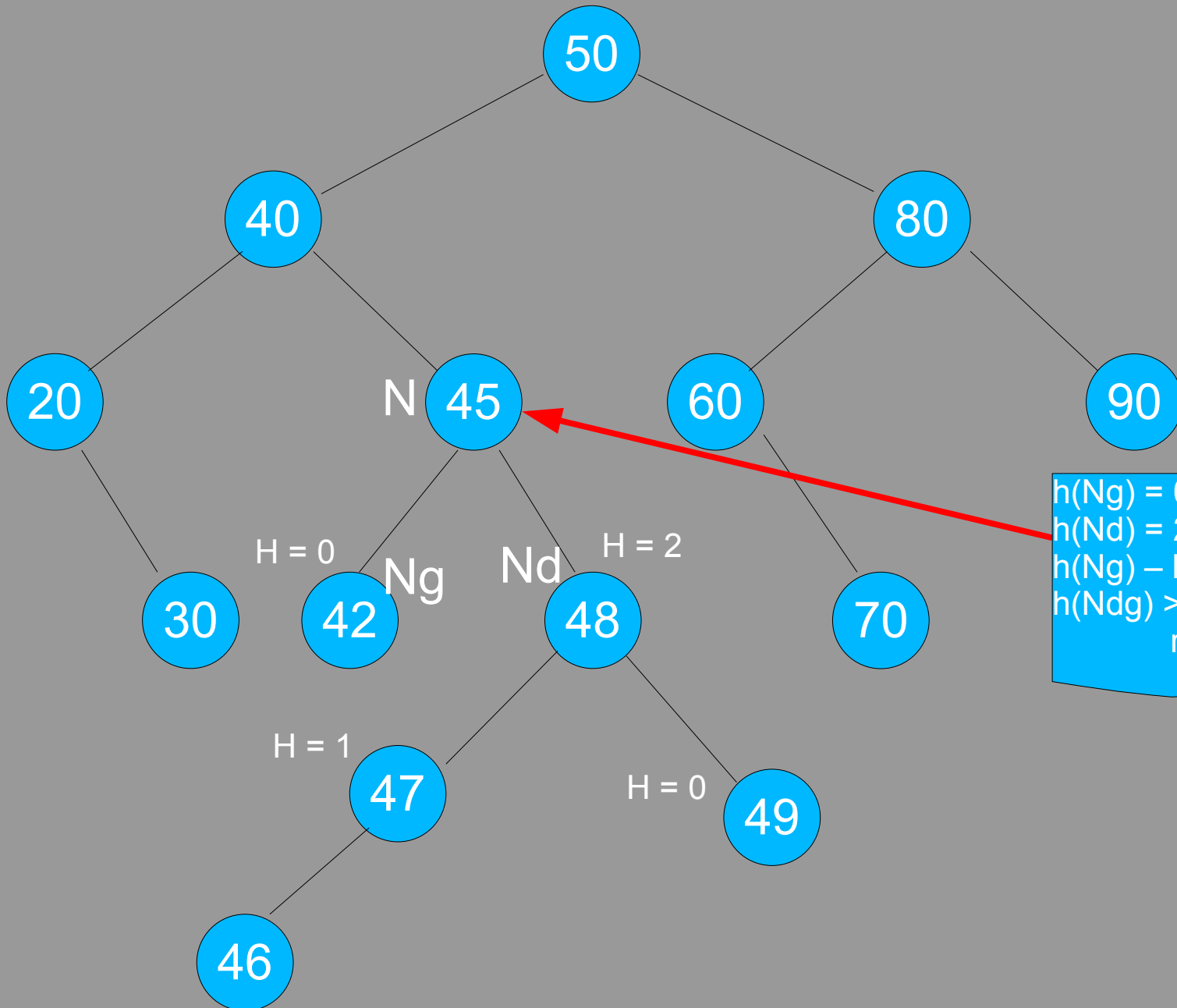
Exemple d'ajout : 49



Exemple d'ajout : 49



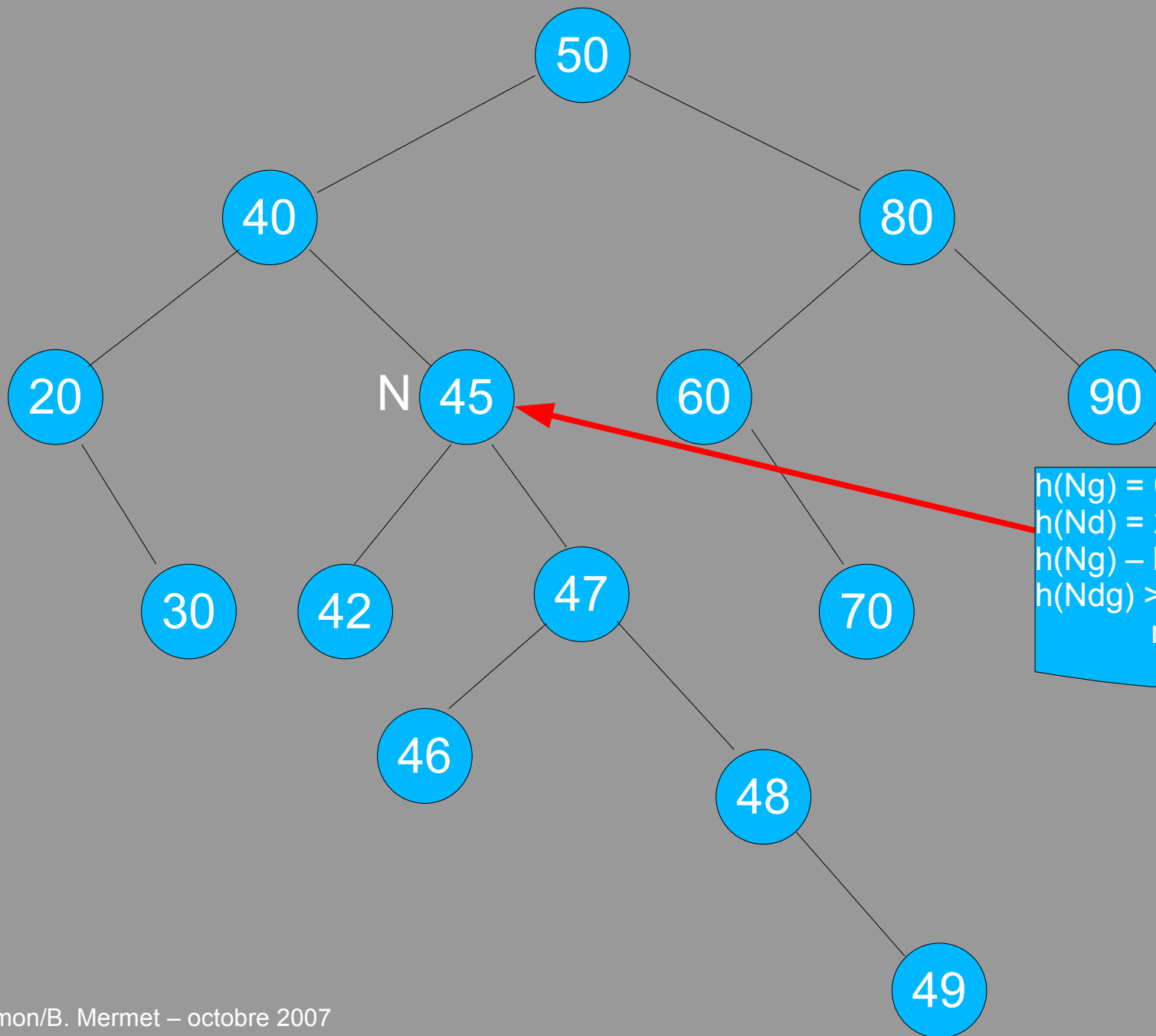
Exemple d'ajout : 46



$h(Ng) = 0$
 $h(Nd) = 2$
 $h(Ng) - h(Nd) = -2 \Rightarrow \text{cas (2)}$
 $h(Ndg) > h(Ndd) \Rightarrow \text{cas (2b)}$
rd(Nd) puis rg(N)



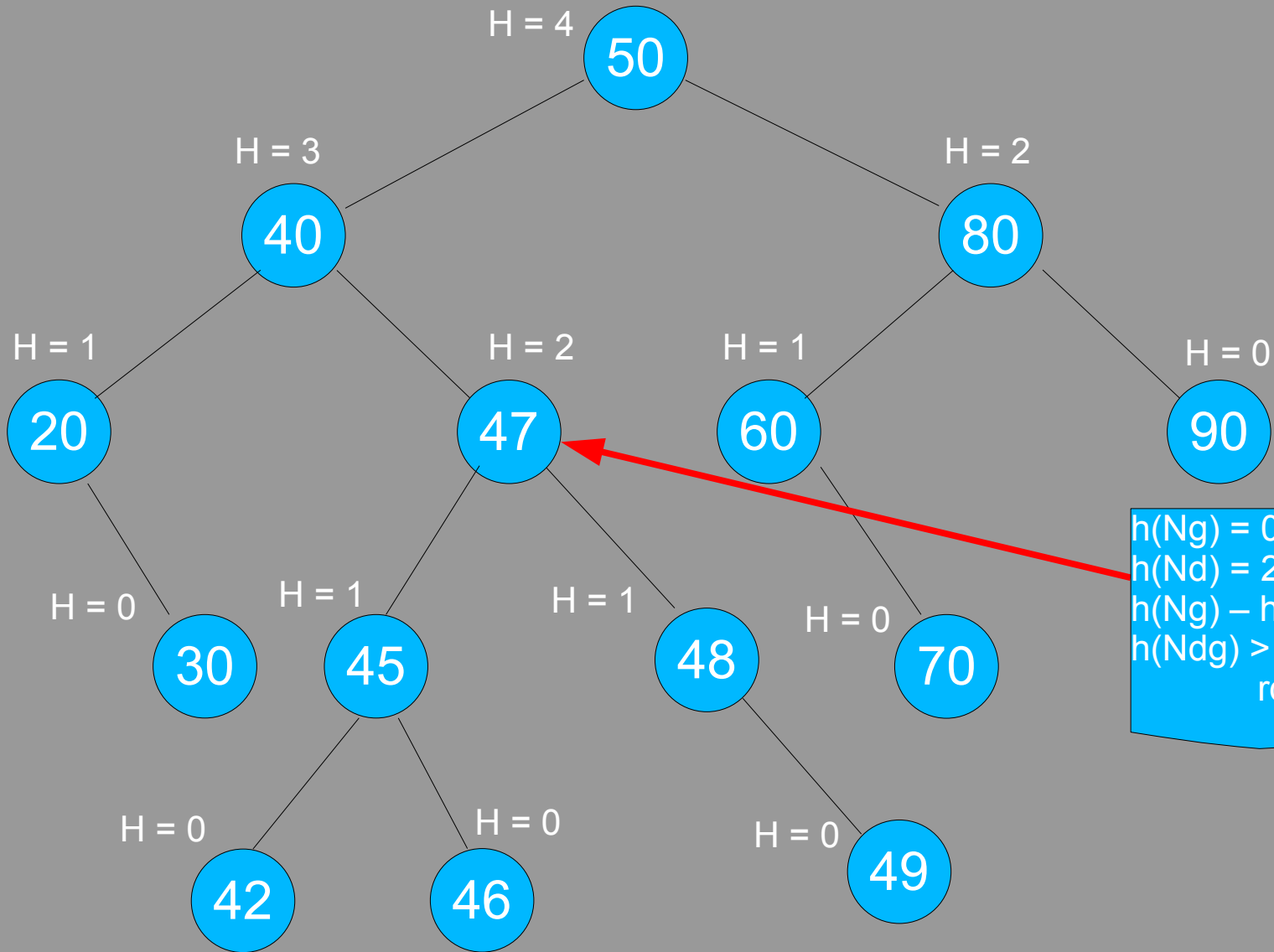
Exemple d'ajout : 46



$h(Ng) = 0$
 $h(Nd) = 2$
 $h(Ng) - h(Nd) = -2 \Rightarrow \text{cas (2)}$
 $h(Ndg) > h(Ndd) \Rightarrow \text{cas (2b)}$
rd(Nd) puis rg(N)



Exemple d'ajout : 46



$h(Ng) = 0$
 $h(Nd) = 2$
 $h(Ng) - h(Nd) = -2 \Rightarrow \text{cas (2)}$
 $h(Ndg) > h(Ndd) \Rightarrow \text{cas (2b)}$
rd(Nd) puis rg(N)

